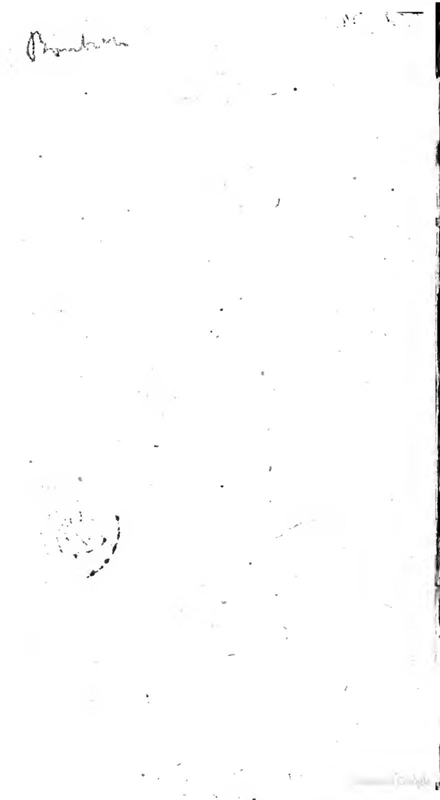




L'ECOLE
DES
ARPENTEURS,

OU L'ON ENSEIGNE

Toutes les Pratiques de Geometrie, qui sont necessaires à un Arpenteur.

On y a ajoûté un abregé du Nivellement, avec les proprietez des eaux, & les manieres de les jauger ou mesurer.

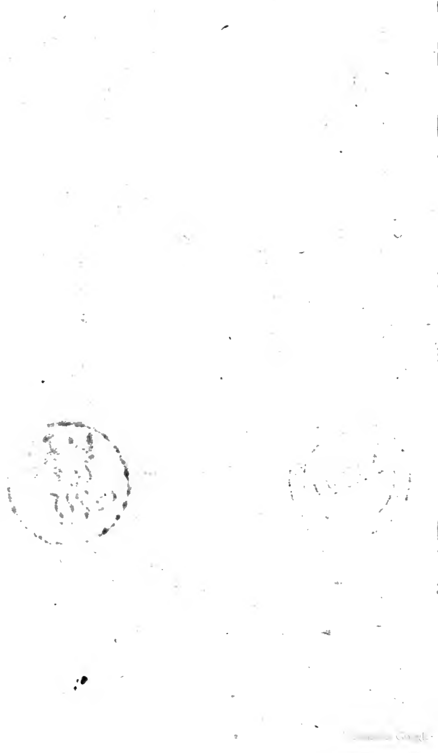
On y trouvera aussi une Methode fort courte pour faire des toisez, pour toiser la solidité des terres, & jauger les tonneaux; enfin l'on y rapporte les Ordonnances des Rois sur l'Arpentage.

SECONDE EDITION revûë, corrigée & augmentée.

A PARIS,
Chez THOMAS MOETTE, ruë de la Bouclerie, prés le Pont S. Michel, à l'image de S. Alexis.

M. DC. XCII.

AVEC PRIVILEGE DU ROY.





AVERTISSEMENT.



N a mis au jour depuis quelques années tant de Traitez de Geometrie pratique, qu'il semble qu'on ne puisse plus rien ajoûter à ce qui a esté fait jusqu'à present sur cette matiere. Mais quoy que toute la Science d'un Arpenteur ne soit qu'une Geometrie pratique, soit pour la mesure des terres, ou pour leurs divisions, on ne trouve pourtant pas dans les Livres de cette Geometrie toutes les operations qui luy sont necessaires, rangées dans un ordre qui luy soit propre, & separées d'avec celles qui luy sont inutiles. On ne trouve pas non plus ces operations enseignées par rapport à l'usage qu'il en faut faire dans l'Arpentage : C'est pourquoy ceux qui veulent s'instruire dans cette Science se trouvent ordinairement fort embarassez dans le choix qu'ils doivent faire

ã ij

non seulement des Livres, mais de ce qu'ils contiennent, qui soit propre à leur estude. Il semble à considerer la plupart de ces Livres, que toute la pratique de la Geometrie ne consiste que dans quelques traits de compas, & quelques operations qu'on doit faire sur le papier, sans prendre garde que la grande difficulté est d'executer ces mesmes traits sur le terrein. Par exemple, c'est une chose fort facile que de faire tomber d'un point donné une ligne perpendiculaire sur une ligne droite donnée, lorsqu'il faut seulement faire cette operation en petit ou sur le papier; mais il est assez difficile de le bien faire sur le terrein, & sur tout si le point est fort éloigné de la ligne. On a aussi donné quantité de pratiques fort élegantes pour la division des superficies irregulieres, sans considerer que la plus-part de ces pratiques ne peuvent pas se mettre facilement en execution sur le terrein. Car si l'on vouloit transporter sur le terrein une operation qu'on auroit faite en petit sur le papier, on tomberoit pour l'ordinaire dans des erreurs tres considerables.

AVERTISSEMENT.

On a tâché dans cét Ouvrage de ramasser ſeulement ce qui peut être utile pour l'arpentage, afin que ceux qui veulent s'inſtruire parfaitement dans cette ſcience, ne ſoient pas obligez de recourir à pluſieurs Livres, dans leſquels ils auroient beaucoup de peine à diſtinguer ce qui leur eſt neceſſaire d'avec ce qui ne regarderoit pas leur profeſſion. On commence par l'Arithmetique, qui eſt une partie des Mathematiques non-ſeulement utile aux Arpenteurs, mais encore à tous ceux qui font profeſſion des Arts où l'on ſe ſert de meſure. Ses principales regles ſont enſeignées icy d'une maniere ſimple & facile, ſans s'arreſter aux operations des fractions, dont les Arithmeticiens font ordinairement un grand myſtere, quoique dans l'uſage commun elles ne ſoient preſque d'aucune utilité, puiſqu'on peut facilement reduire les nombres entiers à des parties aſſez petites, pour negliger les fractions qui pourroient reſter, ſans aucune erreur ſenſible aprés ces reductions. On trouvera une methode nouvelle de tirer la racine quarrée & cubi-

que d'un nombre par la ſeule diviſion à l'ordinaire, ce qui eſt d'un fort grand uſage. On a mis enſuite un abregé de toutes les principales connoiſſances des élemens de Geometrie & des pratiques, qui y ſont les plus utiles & les plus conſiderables, ſans en donner aucunes demonſtrations, qu'on peut trouver par tout ailleurs. La Trigonometrie rectiligne, la methode de lever les Plans des Terres, de les meſurer, & de les diviſer, avec le Nivellement, ſont expliquées de telle maniere, que pour peu qu'on en faſſe l'application dans l'exercice, on en ſera parfaitement inſtruit. On a tâché de mettre en abregé ce qui eſt neceſſaire dans la connoiſſance des eaux, dont il eſt à propos qu'un Arpenteur ſçache les principales proprietez; les effets que l'eau produit par ſon effort eſtant admirables & peu connûs, & les manieres de la meſurer eſtant extrêmément utiles.

On a crû que non ſeulement les Arpenteurs, mais auſſi les Ingenieurs, ſeront bien aiſes de trouver icy la pratique abregée par les Logarithmes, pour

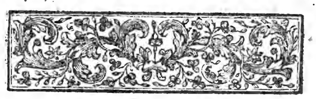
faire de grands toisez de terres tant en superficie qu'en solide.

Ceux qui voudront s'instruire entierement dans les parties de Mathematique, dont nous ne parlons que par rapport à nostre dessein, pourront voir ce qu'en ont écrit Messieurs de l'Academie Royale des Sciences, dont les profondes meditations & les experiences continuelles nous ont découvert des pratiques si assurées & si faciles en toutes sortes d'operations de Geometrie, qu'on n'a plus sujet de craindre de rencontrer des difficultez qu'on n'avoit point prévûes, & qu'on peut faire aujourd'huy avec assûrance des entreprises, qui auroient paru autre fois aussi temeraires que l'execution en est admirable.



TABLE
DES MATIERES.

Fin de la Table.



L'ECOLE DES ARPENTEURS.

DE L'ARPENTAGE.

L'Arpentage eſt un Art qui ſert pour meſurer la ſuperficie des terres. Ce mot eſt François, & vient de celuy d'*Arpent*, qui eſt une certaine ſuperficie à laquelle on raporte & l'on reduit toutes les autres. Par exemple on dit qu'une piece de terre fort irreguliere, ou pluſieurs pieces jointes enſemble, contiennent cent arpens.

La grandeur de l'arpent n'eſt pas égale dans tous les lieux où l'on ſe ſert de ce nom pour la meſure des terres; & elle change ſuivant les Juriſdictions ou Seigneuries. Il eſt bien vray que l'arpent contient toûjours cent perches, & que la perche quarrée ou en ſuperficie eſt la centiéme partie de l'arpent, mais la perche n'étant pas égale par tout, elle apporte du changement à la grandeur de l'arpent. Il y a des lieux où la perche contient en longueur 20. pieds, en d'autres plus, & en d'autres moins : mais ſa veritable longueur devroit eſtre de trois toiſes ou dix-huit pieds de Roy meſure du Châtelet de Paris ; & ſi l'on donne 18. pieds à la longueur de la perche, la perche en ſuperficie contiendra 324. pieds quarrez, ou neuf toiſes quarrées, ce qui eſt la meſme choſe ; car la toiſe contient 36. pieds quarrez : & par conſequent l'arpent ſuivant cette meſure contiendra 900. toiſes de ſuperficie. Mais ſi la longueur de la perche étoit de 19. pieds,

la ſuperficie de la perche ſeroit de 361. pieds quarrez, ce qui feroit dix toiſes & un pied; & parconſequent l'arpent, qui doit contenir cent fois cette meſure, contiendroit 1002. toiſes & 28. pieds en ſuperficie.

On peut ſur ce modele connoître combien un arpent doit contenir de toiſes & de pieds en ſuperficie, la longueur de la perche étant donnée. On comprendra plus facilement les regles de ces reductions, aprés que l'on aura vû le petit Abregé que nous donnons des principales regles d'Arithmetique, qui ſont neceſſaires à un Arpenteur. Cependant nous ajoûtons icy la table ſuivante où ces reductions ſe trouvent toutes faites.

TABLE

Du nombre des toises & des pieds qui sont contenus dans un arpent suivant les differentes longueurs de la perche, en augmentant de demy-pied depuis 18. pieds jusqu'à 25.

Grandeur de la perche en longueur.	Toises quarrées, & pieds quarrez contenus dans l'arpent.	
18. pieds,	900. toises,	0. pieds,
18. p. ½	950. t.	25. p.
19. p.	1002. t.	28. p.
19. p. ½	1056. t.	9. p.
20. p.	1111. t.	4. p.
20. p. ½	1167. t.	13. p.
21. p.	1225. t.	0. p.
21. p. ½	1284. t.	1. p.
22. p.	1344. t.	16. p.
22. p. ½	1406. t.	9. p.
23. p.	1469. t.	16. p.
23. p. ½	1534. t.	1. p.
24. p.	1600. t.	0. p.
24. p. ½	1667. t.	13. p.
25. p.	1736. t.	4. p.

Puisque la grandeur de la perche n'est pas égale par tout, il faut d'abord que l'Arpenteur s'informe des Juges des lieux où il doit travailler, quelle est la grandeur ou longueur de cette perche dans le lieu où est scitué la terre que l'on veut arpenter ou mesurer, afin de pouvoir reduire toutes les mesures des toises & des pieds qu'il aura trouvez, à la grandeur de cette perche en superficie.

Les principales operations qui se font dans l'Arpentage dépendent de l'Arithmetique, nous avons trouvé à propos d'enseigner icy la pratique des premieres regles seulement autant qu'il est necessaire & par raport à nôtre dessein, afin que celuy qui desire de s'instruire de cette science, ne soit pas obligé de recourir à d'autres livres d'Arithmetique, dans lesquels il auroit de la peine à distinguer ce qui luy est necessaire d'avec ce qui ne peut pas servir à l'art dont il veut faire profession; & de plus

ces mesmes regles seront enseignées de telle maniere, qu'elles pourront encore luy faciliter l'entrée dans les autres pratiques d'Arithmetique, quand il voudra s'y appliquer.

Abregé des principales regles d'Arithmetique pour l'Arpentage.

IE suppose icy qu'on connoisse les chifres, & qu'on sçache que chacun qui en précede un autre vers la gauche vaut dans la place où il est, dix fois autant que celuy qui le suit vers la droite. Exemple.

365.

le chifre 5, qui est le dernier vers la droite, ne vaut que son nombre simplement; celuy qui le precede vers la gauche, qui est 6, vaut autant de fois dix, que son nombre marque, c'est à dire six dixaines ou soixante, & ce nombre soixante doit s'entendre des mesmes choses dont le chi-

tre 5 qui le suit en vaut seulement 5; & ces deux nombres seuls 6 5 ainsi disposez valent soixante & cinq pieds, toises ou perches, ou tout ce que l'on voudra. Mais si l'on pose le chifre 3 qui precede ces deux-cy, ce chifre 3 vaut dans la place où il est, c'est à dire la troisiéme, autant de fois cent, que le premier en vaut 5; car cette troisiéme place precedant la place des dixaines, les nombres qui y seront placez valent dix fois leurs suivans; c'est pourquoy ils valent cent dans cette troisiéme place, d'autant que cent vaut dix fois dix. Ainsi ceux qui seront dans la quatriéme place, valent mile ou dix fois cent; ceux de la cinquiéme, valent dix miles; ceux de la sixiéme, cent miles, & ainsi de suite.

La valeur des chifres qui sont dans chaque place, étant toûjours dix fois plus grande que celle des chifres de la place precedente.

On commence à conter les chifres à la droite en allant vers la gauche, ce

qui est contre l'ordre dont nous nous servons pour la position des lettres, à cause que cette methode de chifrer nous vient des Arabes, qui écrivent en posant leurs lettres de la droite en allant vers la gauche.

Le nombre 10 qu'on repete par tout, s'est introduit à cause du nombre des doits des mains, dont les premiers hommes se servoient ordinairement pour marquer quelque nombre.

J'appelle une quantité, ou une grandeur, ou un nombre simple, celuy qui est la somme de plusieurs choses, sans qu'il soit accompagné d'aucune partie de ces choses; comme par exemple cent toises est un nombre simple de toises, parce qu'il en contient cent tout juste; mais cent toises & un quart de toise est un nombre composé, car il ne contient pas seulement un nombre juste de toises, mais de plus une partie de toise, qui est un quart, ou un pied six pouces; car la toise contient en longueur six pieds, & le pied 12.

pouces. On divise encore chaque pouce en 12. lignes.

Il y en a qui divisent encore chaque ligne en six parties, qu'ils appellent points.

Les parties d'un tout ou de quelque grandeur, qu'on appelle en terme d'Arithmetique un *entier*, sont nommées les fractions de cette grandeur ou entier. Par exemple, le tiers d'une toise en longueur s'appelle une fraction de la toise, & cette fraction contiendra deux pieds; semblablement le quart d'un pied en longueur sera une fraction; & contiendra trois pouces, ce qui est la mesme chose. Une mesme fraction peut avoir differens noms : par exemple les deux tiers d'un tout ou d'un entier, valent autant que les huit douziémes de ce mesme entier, ou bien autant que les quatre sixiémes. C'est pourquoy le pied est une fraction de toise, & le pouce est une la fraction de pied; car le pied est la sixieme partie de la toise en lon-

gueur, & le pouce eſt la douziéme partie du pied en longueur.

Lorſqu'une fraction d'un entier contient des parties, qui ont un nom particulier dans l'uſage, on les appelle auſſi *parties aliquotes* de cet entier; comme le pied eſt la partie aliquote d'une toiſe, le pouce eſt la partie aliquote d'un pied. Les autres fractions qui n'ont point de nom particulier comme les trois quarts d'une toiſe, s'appellent *parties aliquantes*: mais on comprend toute ſorte de parties ſous le nom de fraction.

On écrit une fraction dans l'uſage de l'Arithmetique en la maniere ſuivante.

$$\frac{2}{3} \qquad \frac{4}{5}$$

Ce qui ſignifie les deux tiers & les quatre cinquiémes d'un entier, ou le nombre qui eſt au deſſous de la petite ligne s'appelle le ***dénominateur*** de la fraction, c'eſt à dire que l'entier eſt diviſé dans ce nombre de

parties, comme icy en trois ou en cinq, & l'autre nombre qui est au dessus du petit trait est le *numerateur* de la mesme fraction, c'est à dire qu'il designe le nombre qu'on prend des parties de l'entier, comme icy deux parties des trois qui sont ensemble un entier, ou quatre des cinq parties qui valent ensemble l'entier.

Nous ne donnerons icy des exemples, que des nombres, dont les parties aliquotes ne sont pas plus petites que le pouce; car nous estimons que dans la pratique de l'arpentage il n'est pas necessaire d'avoir égard aux lignes ou aux parties du pouce. Cependant il sera facile à ceux qui voudront employer les lignes dans quelques mesures ou toisez particuliers, de faire l'application de ces mesmes regles pour les lignes, de la mesme maniere qu'on aura fait celle des pouces, puisqu'il y a autant de lignes au pouce, que de pouces au pied.

PREMIERE REGLE.

ADDITION.

CETTE regle enſeigne l'art d'additionner ou de joindre enſemble pluſieurs quantitez, grandeurs ou nombres ſimples & compoſez.

PREMIER EXEMPLE.

Des quantitez ſimples.

Quantitez à additionner,	324
qui ſont poſees en ordre,	5037
c'eſt à dire que les chifres	7600
de meſme valeur ſont poſez	———
les uns au deſſous des au-	

tres, ce que l'on appelle les colomnes de ces valeurs. Comme le 4 & le 7 ſont poſez dans la colomne des unitez ou des nombres ſimples, le 2 & le 3 ſont poſez dans la colomne des dixaines, le 3 & le 6 dans la colomne des centaines, & ainſi des autres; je ne parle pas des 0, qui ne ſervent qu'à faire valoir les chifres qui les precedent, quoiqu'on les

mette dans la colomne qui leur appartient, ou qui appartiendroit au nombre qui ſeroit à leur place.

On fait cette regle en ajoûtant enſemble tous les chifres qui ſe trouvent dans une meſme colomne, & en écrivant leur ſomme au deſſous d'un trait qui ſepare les quantitez données d'avec cette ſomme, en obſervant de les mettre dans leurs colomnes, comme icy.

	3 2 4
Quantitez à additionner.	5 0 3 7
	7 6 0 0
Somme de ces quantitez.	1 2 9 6 1

Ayant ajoûté enſemble 4 & 7 qui font 11, lequel nombre contient une dixaine & de plus une unité, on écrit le chifre 1 dans la meſme colomne des unitez, qui eſt la premiere, & l'on retient une dixaine d'unitez pour joindre avec les chifres qui ſont dans la ſeconde colomne, & qui valent autant de dixaines que marque la valeur de chacun de ces chifres.

Ainsi nous dirons pour la seconde colomne, 1 que nous avons retenu, & 3 & 2, font ensemble 6, que nous écrirons au dessous de ces chifres dans leur colomne; on ne retient rien dans cette seconde operation, car le nombre 6 que l'on a trouvé ne passe pas 9.

Ensuite on assemble les chifres de la colomne des centaines, qui sont 6 & 3, qui font 9, que nous écrivons au dessous dans leur mesme colomne.

Enfin pour la colomne des miles on ajoûte ensemble le 5 & le 7 qui valent 12; & comme ce nombre surpasse de deux une dixaine, on écrit 2 au dessous de ces nombres dans leur mesme colomne des miles, lequel 2 vaudra deux miles, & on retiendra une dixaine qu'il faudroit joindre aux nombres suivans s'il y en avoit, qui vaudroient aussi chacun dix miles; mais comme dans les quantitez données il n'y en a point, on pose 1 qui est la dixaine

qu'on a retenuë, devant le 2, lequel chifre 1 vaudra dix miles étant dans la colomne des dix miles. Ainsi tout le nombre proposé sera 12961, qui vaut douze milles neuf cens soixante & un.

Ces quantitez proposées peuvent estre des toises, des pieds, ou tout ce que l'on voudra.

DEUXIEME EXEMPLE.

Des quantitez composées de parties differentes.

	toises.	pieds.	po.
Quantitez à additionner qui sont posées d'ordre chacune dans leur colomne, tant les toises que les pieds & les pouces.	25703	5	9
	30200	7	6
	239	3	5
	404997	0	10
Somme.	461141	5	6

On commence à additionner par les plus petites parties de celles qui sont données, comme sont icy les pouces, & mettant ensemble 10, 5, 6 & 9, on trouve 30, qui sont des pouces, & qui valent deux pieds six

pouces ; car le pied contient douze pouces s'il ne s'agit que de longueur, comme on le suppose dans cet exemple : c'est pourquoy ayant tiré une ligne au dessous des nombres à additionner, on écrit les 6 pouces qu'il y a de plus que les 2 pieds, au dessous des pouces, & dans leur mesme colomne, & je retiens 2 pieds pour joindre avec les pieds qui sont donnez. On joint donc ensemble ces 2 pieds avec 3, 7 & 5, ce qui fait en tout 17 pieds ; mais à cause que la toise contient six pieds, les dix-sept pieds valent deux toises & cinq pieds, on écrira donc les 5 pieds de plus que les 2 toises dans la colomne des pieds, & on retient 2 toises pour joindre avec les autres.

Il faut remarquer que si dans les quantitez ou dans les nombres proposez, il n'y avoit point de pieds, c'est à dire s'il y avoit par tout 0 à la place des pieds, il auroit fallu seulement écrire dans leur colomne, les pieds restans que l'on auroit retenus

retenus de l'addition des pouces.

Mais en pourſuivant l'addition commencée, puiſque nous avous retenu 2 toiſes, il les faut joindre avec 7, 9 & 3 de la premiere colomne, ce qui ſera en tout 21; on mettra donc 1 dans cette premiere colomne au deſſous du trait, & l'on retiendra deux dixaines c'eſt à dire 2 que lon joindra avec les 9 & 3 de la colomne ſuivante des dixaines, ce qui fera enſemble 14; on poſera donc 4 dans la colomne des dixaines, & l'on retient 1, & l'on pourſuivra cette addition comme dans le premier exemple des quantitez ſimples; & l'on trouvera donc pour la ſomme des quatre nombres propoſez, quatre cens ſoixante & un mile cent quarante & une toiſe cinq pieds 6 pouces.

SECONDE REGLE.

SOUSTRACTION.

CETTE regle ſert à oſter une quantité ſimple ou compoſée,

d'une autre ſimple ou compoſée qui eſt plus grande qu'elle.

PREMIER EXEMPLE.

Des quantitez ſimples.

Quantité dont on doit oſter.	206579
Quantité à oſter.	97693
Reſte	108886

Ayant diſpoſé par ordre l'un au deſſus de l'autre les deux quantitez propoſées, en ſorte que celle dont on doit oſter ou ſouſtraire ſoit au premier rang ou au deſſus, & celle que l'on doit oſter ou ſouſtraire ſoit au deſſous, chaque chifre étant poſé dans ſa propre colomne, on commencera par la premiere colomne, & l'on oſtera du chifre ſuperieur qui eſt icy 9, celuy qui luy eſt inferieur, à ſçavoir 3; il reſtera donc 6, que l'on écrira ſous la ligne dans la meſme colomne qui eſt celle des nombres.

En ſuite paſſant à l'autre colomne on oſtera le nombre 9 de celuy qui

luy eſt ſuperieur, à ſçavoir 7 : mais comme il n'eſt pas poſſible d'oſter 9 de 7, à cauſe que 7 eſt plus petit, il faut ajoûter 10 avec 7, & l'on aura 17, dont ayant oſté 9, il reſte 8, que l'on écrira dans cette colomne au deſſous de la ligne. Il ne faudra pas oublier que l'on a pris 10 pour faire cette operation, laquelle dixaine doit eſtre ajoûtée avec le nombre ſuivant inferieur, & cette dixaine ne vaudra qu'un dans la colomne ſuivante.

Pour la troiſiéme operation, ayant donc joint 1 avec 6, ce qui fait 7, on l'oſtera du nombre ſuperieur 5; mais comme cela ne ſe peut, il faut encore luy ajoûter une dixaine, comme l'on a fait dans l'operation precedente, & l'on aura 15, dont oſtant 7, il reſtera 8, que lon écrira au deſſous de la ligne dans la colomne des deux chifres ſuperieurs, en retenant 1 qui vaut une dixaine, pour joindre au chifre inferieur ſuivant.

Dans la quatriéme operation, ayant

joint 1 avec le chifre 7 inferieur, ce qui fait 8, on l'ostera du superieur qui est 6; mais à cause que 6 est encore plus petit que 8, on luy ajoûtera une dixaine, & l'on aura 16, dont ostant 8, il restera 8 que l'on écrira sous la ligne dans son rang, en retenant 1 à cause de la dixaine que l'on a ajoûtée.

Enfin dans la cinquiéme operation, on a 9 qui est le dernier chifre à oster, auquel ayant ajoûté 1 qu'on a retenu, on aura 10: mais comme il n'y a qu'un 0 au dessus, si l'on y joint une dixaine, la somme ne sera encore que 10, dont il faudra oster 10 qui est le nombre inferieur; c'est pourquoy il restera 0 que l'on écrira dans son ordre au dessous de la ligne, & l'on retiendra 1 à cause que l'on a ajoûté une dixaine au nombre superieur dans cette operation. Mais comme il n'y a plus de chifre à la quantité inferieure donnée, & que nous avons 1 qu'il faudroit ajoûter au nombre suivant, il faudra oster

et 1 du nombre superieur de la co-
omne suivante qui est 2; il restera
onc 1 qu'on écrira au dessous de la
gne dans cette mesme colomne du
, Ainsi le reste sera cent huit mile
uit cens quatre-vingt six.

SECOND EXEMPLE.

Des quantitez composées de differentes parties.

oit le nombre ou la quan- té proposée, dont on doit ter ou soustraire	3700toi	5p	4po
uantitez à oster	2039	3	5
Reste	1661	1	11

En commençant par les pouces qui
nt les plus petites des quantitez
onnées, on ostera 5 pouces de 4 pou-
es. Mais comme il n'est pas possible,
faudra ajoûter un pied ou 12 pouces
ces quatre pouces, ce qui fera 16
ouces, dont ostant 5 il reste 11 que
on écrit sous la ligne dans la co-
mne des pouces, & l'on retiendra
1 pied à cause qu'il a été ajoûté

dans cette operation.

Pour les pieds, ayant joint 1 avec 3, ce qui fait 4 il les faudra oster des pieds superieurs 5, dont il restera 1, que l'on écrira sous la ligne dans la colomne des pieds.

Ensuite on vient aux toises, dont l'operation s'en fera suivant l'exemple precedent, en ostant 9 de 10, dont il reste 1, & retenant 1; puis en ostant 4 de 10 dont il reste 6, & retenant 1, & ostant cet 1 seulement du nombre superieur 7 à cause du o qui est au dessous, il reste 6; enfin en ostant 2 de 3 il restera 1.

Il faut remarquer que si dans l'operation des pieds on n'avoit pû oster le nombre inferieur du superieur, il auroit fallu y ajoûter une toise qui est 6 pieds, ainsi on auroit eu 11 pieds dont il auroit fallu oster le nombre inferieur en retenant 1 toise pour joindre avec le premier chifre des toises à oster.

Nous supposons dans cet exemple, que le pied & la toise ne sont que des longueurs simples, & non pas

des ſuperficies ; car le pied en ſuperficie vaut 144 pouces en ſuperficie, & la toiſe vaut ou contient 36 pieds en ſuperficie; c'eſt pourquoy s'il avoit fallu oſter un nombre de pouces de ſuperficie d'un autre nombre de pouces en ſuperficie, & que le nombre ſuperieur n'eût pas été aſſez grand, il luy auroit fallu ajoûter un pied en ſuperficie, ou 144 pouces. Il faut entendre la meſme choſe des 36 pieds de ſuperficie que contient la toiſe en ſuperficie ; mais nous parlerons de ces ſuperficies dans la regle ſuivante.

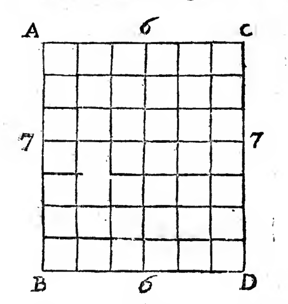
TROISIEME REGLE.

MULTIPLICATION.

LA Multiplication eſt une regle qui ſert à connoître qu'elle eſt la ſomme d'une quantité priſe plusieurs fois : mais cette quantité doit eſtre conſiderée diverſement ; car ſi nous n'avons ſeulement égard qu'au nombre de fois qu'elle ſera priſe,

la somme sera de la mesme nature que la quantité proposée. Par exemple six toises en longueur prises cinq fois font 30 toises en longueur; 7 pieds en superficie pris quatre fois font 28 pieds en superficie; mais lorsqu'on multiplie une longueur, comme de six toises par une autre longueur comme de 7 toises, on a le produit de 6 par 7, ou bien six fois 7, ou sept fois 6, ce qui est la mesme chose, & qui fait 42 toises, & ces toises ne sont plus considerées comme des toises en longueur, mais en superficie quarrée. Où il faut remarquer que lorsqu'on prend seulement une quantité un certain nombre de fois, c'est à dire lorsqu'on multiplie une longueur par un nombre, le produit ou la somme est de la mesme nature que la quantité proposée: mais ce n'est pas la mesme chose lorsqu'on multiplie une longueur par une longueur de mesme nature; car alors on considere qu'une des longueurs, comme A C de 6 toises, a

une



une toiſe de largeur ou de hauteur, & parconſequent que c'eſt une bande de 6 toiſes de long ſur une toiſe de large, ce qui contient ſix toiſes en ſuperficie quarrée, & ces ſix toiſes étant multipliées par ſept, ou bien étant priſes ſept fois, font comme ſept bandes de ſix toiſes chacune en ſuperficie quarrée, ce qui fait en tout 42 toiſes quarrées.

Ce que nous diſons de la ſuperficie quarrée ſe doit entendre de meſme

des ſolides, comme ſi l'on multiplie 4 toiſes de longueur par 5 toiſes de longueur, on aura 20 toiſes en ſuperficie, & ce produit étant multiplié par 3 toiſes, on aura 60 toiſes ſolides ou cubiques, c'eſt à dire qui ont chacune une toiſe de longueur, de largeur & de hauteur; car dans la multiplication des 20 toiſes par 3 toiſes on n'entend pas ſeulement que ces 20 toiſes en ſuperficie ſont priſes 3 fois, mais qu'elles ſont multipliées par 3 toiſes, c'eſt à dire qu'il faut conſiderer ces 20 toiſes comme ayant une hauteur d'une toiſe, & ainſi ce ſeront 20 toiſes cubiques, qui étant priſes 3 fois ſont 60 toiſes cubiques ou ſolides.

Il ſemble que ce n'eſt pas une choſe neceſſaire pour un Arpenteur de ſçavoir meſurer les ſolides, puiſque ſon art n'a pour objet que les ſimples ſuperficies; mais comme nous donnons icy des preceptes pour pluſieurs choſes, comme pour la meſure des eaux dont un Arpenteur doit avoir

besoin dans plusieurs rencontres, nous avons trouvé à propos d'expliquer comme en passant dans ce petit abrege d'Arithmetique, ce qui est le plus necessaire pour la mesure des corps ou des solides.

PREMIER EXEMPLE.

De la Multiplication simple.

Soit la quantité proposée que l'on
doit multiplier 529
par le nombre 46

Il faut d'abord remarquer, que le plus grand des deux nombres proposez doit estre écrit au dessus, & le plus petit au dessous, comme on voit dans cet exemple, ce qui se fait pour éviter le nombre des lignes de chifres dans l'operation; car il y en aura toûjours autant qu'il y aura de chifres dans le nombre inferieur. Mais quand on écriroit le plus grand des deux nombres au dessous du plus petit, on ne laisseroit pas de trouver le mesme

produit, car il n'importe pas que l'on multiplie 3 par 4 ou 4 par 3 puisque l'on aura toûjours le mesme produit 12; & de mesme de 15 par 9 ou 9 par 15 ou bien 9 par 10 & puis par 5, ce qui donnera le mesme produit 135; & ainsi du reste.

De plus les nombres ou les quantitez doivent estre mises dans les mesmes colomnes, c'est à dire en ordre suivant leur valeur.

Je commence donc l'operation par le premier nombre de dessous, qui est 6, en multipliant tout le nombre superieur par ce nombre 6 en cette sorte.

Ayant tiré une ligne au dessous des deux nombres proposez, je dis, six fois 9 font 54, & posant un 4 dans la colomne du nombre 6 multipliant je retiens cinq dixaines qui se trouvent dans 54, c'est à dire que je retiens 5 pour joindre au nombre suivant. Je dis ensui-

```
  529
   46
-----
 3174
21160
-----
24334
```

te, six fois 2 valent 12, & qui avec 5 que j'ay retenu font 17, j'écris donc 7 ensuivant, & je retiens 1 à cause de la dixaine qui est au nombre 17. Enfin je dis, six fois 5 font 30, qui avec 1 que j'ay retenu font 31 que j'écris aussi ensuite. Ainsi je connois d'abord que cette premiere ligne de Multiplication 3174 est le produit de 529 par 6, ou de 6 par 529.

Je passe au second chifre 4 du nombre qui multiplie, que l'on appelle *multipliant*, & je dis, quatre fois 9 valent 36, c'est pourquoy j'écris 6 au dessous du 4 nombre multipliant, & je retiens 3, puis quatre fois 2 font 8, qui avec 3 de retenus font 11; j'écris donc 1 ensuite & je retiens 1; je dis enfin quatre fois 5 font 20, qui avec 1 font 21, que j'écris ensuite. Cette seconde operation me montre que le nombre 529 étant pris quatre fois, ou multiplié par 4, fait 2116. Mais comme le nombre multipliant 4 vaut quatre dixaines étant dans la colomne des dixaines, le nombre 2116 sera aussi

un nombre de dixaines, c'eſt pourquoy il eſt avancé d'une colomne au deſſous du premier. On peut écrire ſi l'on veut un o au devant de ce nombre au deſſous du 4 ? mais il ſuffit que les chifres ſoient bien placez dans leur colomne.

On a donc deux produits ou deux lignes de produits à cauſe qu'il y a deux chifres dans le nombre inferieur multipliant, leſquelles deux lignes on doit additionner enſemble par la regle des Additions ſimples, & l'on trouvera le produit total de la multiplication 24334.

Si le nombre multipliant avoit trois chifres ou plus, ce ſeroit toûjours la meſme operation, en ſe ſouvenant d'écrire toûjours le premier nombre du premier produit au deſſous du chifre multipliant, comme nous venons de pratiquer ; & ſi ce premier nombre ne ſe trouvoit qu'un o, comme par exemple dans le produit de 6 par 5 qui font 30, il faudroit écrire un o à la place du chifre qui y pourroit

estre, puisque le o doit estre consideré comme un autre chifre qui pourtant n'a aucune valeur, & puisqu'on ne le doit jamais negliger que dans les endroits où il peut estre sous-entendu, comme nous venons de dire pour le commencement de la ligne 21:60; car la place des seuls chifres 2116 par raport aux superieurs, montre assez que le premier qui est 6 vaut des dixaines. Il en seroit de mesme s'il y avoit deux, trois ou plusieurs o sous-entendus, leur valeur étant marquée par les colomnes des chifres superieurs.

SECOND EXEMPLE.
De la Multiplication simple.

Cette regle étant une des principales dans les operations qui sont necessaires pour l'Arpentage, nous donnerons encore un exemple de la Multiplication simple.

Quantité à multiplier		7206
	par	1090
		648540
		7206
Somme		7854540

Puiſque le premier chifre du nombre multipliant eſt o, tout le produit du nombre ſuperieur par o ne ſera que o; c'eſt pourquoy toute la premiere ligne ne feroit que o, leſquels ne ſerviroient à rien, hormis le premier qui ſert à faire valoir ou à marquer la colomne des chifres de la ſeconde ligne, & qu'il faut écrire à ſa place.

On paſſe donc enſuite au ſecond chifre du multipliant qui eſt 9, & l'on dit, neuf fois 6 font 54, on écrit donc 4 au deſſous du multipliant 9, & l'on retient 5. Mais enſuite on dira neuf fois o font o, qui avec 5 ne font que 5 qu'il faut donc écrire enſuite. Aprés je dis neuf fois 2 font 18, j'écris donc 8 aprés le 5 & retiens 1, & je dis enfin neuf fois 7 font 63,

qui avec 1 font 64 que j'écris aprés le 8.

Pour la troisiéme ligne de la Multiplication ce ne seroit que des o comme dans la premiere, & parce que les colomnes de la valeur des chifres sont déja designées ou marquées par la ligne superieure de la Multiplication, il ne sera pas necessaire d'écrire aucun o; il faut donc passer au dernier chifre du nombre multipliant, & dire une fois 6 est 6, que j'écris sous le chifre 1 multipliant; aprés je dis une fois o est o que j'écris ensuite; puis une fois 2 est 2 que j'écris aussi en son rang; Et enfin une fois 7 est 7 que j'écris à la fin. Il faut remarquer comme nous l'avons déja fait, que le chifre multipliant 1 de cette derniere ligne étant à la place ou dans la colomne des miles, le premier chifre de sa ligne qui est 6 doit aussi estre à la place des miles; c'est pourquoy les 7206 valent autant de miles que ce nombre vaudroit d'unitez, c'est à sçavoir sept milions deux cens six miles.

On additionnera ensuite ces deux lignes de Multiplication, & l'on trouvera le nombre 7854540 pour tout le produit.

TROISIEME EXEMPLE.

De la Multiplication composée de differentes parties.

Cette Multiplication composée ne peut avoir lieu que pour les produits qui sont d'une autre nature que les quantitez multipliées ou multiplian-tes, comme dans l'exemple suivant où les nombres proposez sont des longueurs qui doivent produire des superficies.

Soit donc le nombre

à multiplier	45to	5^{p}	3^{po}	longueur
par	7	2	9	longueur

Pour faire cette operation commodément & facilement, il faut reduire en pouces tant les toises que les pieds des deux longueurs proposées, puisqu'il y a des pouces dans ces gran-

deurs, ce qu'il faudroit faire auſſi, quand meſme il n'y auroit des pouces que dans l'une des deux, & ayant fait une ſomme de tous les pouces, qui ſont contenus dans la quantité qu'on doit multiplier, & ſemblablement une ſomme de tous les pouces de la quantité multipliante, on les multipliera l'un par l'autre comme dans la Multiplication ſimple. Ainſi dans l'exemple propoſé les 45 toiſes étant multipliées par 6, qui eſt le nombre des pieds contenus dans chaque toiſe, on aura en longueur 270 pieds, auſquels on joindra auſſi les 5 pieds qui ſont dans ce nombre à multiplier, ce qui fait 275 pieds en longueur, que l'on multipliera enfin par 12, qui eſt le nombre des pouces de longueur contenus dans chaque pied, ce qui donnera 3300 pouces en longueur, auſquels on ajoûtera encore les trois pouces qui ſont donnez dans ce nombre. Ainſi la valeur entiere du nombre qui doit eſtre multiplié étant reduit en pouces de longueur ſera 3303 pouces.

On fera la mesme chose pour la reduction en pouces de longueur, du nombre multipliant que l'on trouvera de 537 pouces. Il faudra donc multiplier comme dans la Multiplication simple 3303 pouces en longueur, par 537 pouces en longueur, & l'on trouvera 1773711 pouces en superficie ou quarrez.

Mais pour sçavoir combien ce nombre de pouces quarrez vaut de toises & de pieds quarrez ou en superficie, il faudra se servir de la division, qui est la regle suivante que nous allons enseigner.

On fera la mesme chose pour les solides en reduisant chacune des trois dimensions proposées à la plus petite partie de la toise ou du pied, qui sera proposée dans l'une des trois grandeurs données ; & ayant multiplié deux de ces trois produits l'un par l'autre, le produit qui en viendra sera encore multiplié par le troisiéme restant; enfin ce dernier produit sera le nombre des pouces

ſolides ou cubiques contenus dans le ſolide, dont on a donné les trois dimenſions, s'il y a des pouces, c'eſt à dire la longueur, la largeur & la hauteur. Remarquez que chacune des trois dimenſions données n'eſt ſeulement qu'en longueur, & qu'on en doit faire la reduction comme on a fait cy-devant pour les ſuperficies en pieds & en pouces, avant que de faire la Multiplication. Enfin le produit que l'on aura trouvé ſera diviſé, comme nous enſeignerons pour en faire des toiſes & des pieds ſolides.

QUATRIEME REGLE.

DIVISION.

CETTE Regle ſert à trouver combien de fois un nombre eſt contenu dans un autre exactement, ſans avoir égard à ce qu'il peut reſter; comme nous diſons que ſi l'on diviſe 25 par 4, c'eſt trouver combien de fois 4 eſt contenu exactement

dans 25, & nous voyons qu'il y eſt ſix fois, & de plus qu'il reſte 1.

On doit faire ſur cette regle les meſmes obſervations que nous avons faites ſur la precedente, mais dans un ſens contraire, c'eſt à dire qu'on peut conſiderer la Diviſion d'une quantité ſimplement, & trouver combien de fois une autre quantité de meſme nature eſt contenuë dans celle qui eſt propoſée, comme dans 72 toiſes, ſoit en longueur ou en ſuperficie, ou enfin en ſolide on trouvera que quatre toiſes de meſme nature c'eſt à dire en longueur, en ſuperficie ou en ſolide, y ſont compriſes 18 fois. Mais ſi l'on conſidere la quantité propoſée comme une ſuperficie dont on veut trouver le coſté, ou comme un ſolide qu'on veut reduire à ſon coſté ou à ſa baſe, la quantité qui diviſera doit eſtre d'une autre nature que celle qui eſt diviſée, comme ſi l'on diviſoit une ſuperficie de 100 toiſes par une longueur de 20 toiſes, ce qui viendra de la diviſion

ſera auſſi une longueur qui ſera dans cet exemple 5 toiſes; car on voit que ſi l'on multiplie 20 toiſes de longueur par 5 toiſes de longueur, le produit ſera 100 toiſes en ſuperficie, comme nous avons enſeigné dans la Multiplication, la Diviſion ne faiſant que le contraire de la Multiplication, & la Multiplication le contraire de la Diviſion.

On doit entendre la meſme choſe d'un ſolide que l'on peut diviſer par une ſuperficie que l'on appelle la baſe, ou par une ligne que l'on appelle le coſté; en ſorte que ſi on le diviſe par une ſuperficie, ce qui vient de la diviſion ſera une ligne ou longueur que l'on conſidere comme le coſté ou comme la hauteur du ſolide; mais ſi on le diviſe par une ligne ou par une hauteur, ce qui viendra de la diviſion ſera une ſuperficie que l'on conſidere comme la baſe.

Le nombre *diviſeur* eſt celuy qui diviſe la quantité propoſée à diviſer; & le nombre qui vient de la diviſion s'appelle *quotient*.

PREMIER EXEMPLE
de la Division simple.

Il faut écrire le nombre à diviser en telle sorte qu'on puisse écrire des chifres au dessus & au dessous, & mettre le diviseur à part, comme on voit en cet exemple,

	1 2
Nombre à diviser	3 7. 5. 9 ($150\frac{9}{25}$
	2 5
Nombre diviseur 25	1 2 5

On commence la premiere operation par les derniers nombres à gauche, en prenant dans le nombre à diviser une mesme quantité de chifres qu'il y a dans le nombre diviseur, c'est à dire en cet exemple deux chifres qui font ensemble 37. aprés lesquels je mets un point. Ensuite j'examine combien de fois le diviseur 25 peut estre contenu dans le nombre 37, & je trouve qu'il n'y peut estre

une fois ; c'eſt pourquoy j'écris 1 quotient aprés le nombre propoſé nme dans une parentheſe, & ayant ıltiplié le diviſeur 25 par le nombre quotient, qui n'eſt que 1 en ce cas, cris le produit qui eſt 25 au deſſous s 37, & j'oſte ce nombre 25 de 37 r la regle de la Souſtraction, en rivant au deſſus des 37 le reſte de ſouſtraction qui eſt 12, & effaçant ı barrant les 37 & les 25.

Pour la ſeconde operation je prens ı chifre de plus que pour la preiere dans le nombre à diviſer, leıel chifre eſt 5, & qui eſtant joint ı reſte precedent ſuivant leur poſiɔn, en prenant 5 pour le premier, tout enſemble fera 125. Dans ce ɔmbre 125 je conſidere combien de ɔis le diviſeur 25 peut y eſtre connu, & je trouve qu'il y eſt 5 fois ; écris donc 5 au quotient aprés 1, & yant multiplié le diviſeur 25 par ce ombre 5 du quotient, le produit ıui eſt 125, doit eſtre écrit au deſous des 125 du nombre à diviſer. On

fera enſuite la ſouſtraction pour oſter du nombre ſuperieur 125 le nombre inferieur 125; & à cauſe qu'ils ſe trouvent égaux, en ce cas il n'y aura aucun reſte, il faudra donc ſeulement les effacer tous deux.

Pour la troiſieme operation qui eſt icy la derniere, je prens un chifre enſuite du dernier dans le nombre à diviſer, lequel chifre eſt 9; mais comme il n'y a point de reſte dans l'operation precedente, je voy que dans le nombre de 9 le diviſeur 25 n'y eſt pas contenu, c'eſt pourquoy j'écris au quotient un o enſuite des autres chifres. Il reſte donc 9 de cette operation que l'on écrit aprês le quotient à la maniere des fractions, en mettant le reſte 9 pour numerateur, & le nombre diviſeur 25 pour dénominateur de cette fraction. On trouve donc que dans le nombre 3759 celuy de 25 y eſt contenu 150 fois avec 9 de reſte, ce qui fait la fraction de neuf vingt-cinquiemes.

On fait la preuve de cette diviſion en multipliant le quotient 150 par

le diviſeur 25, en laiſſant la fraction à part; & il faut que le produit de la multiplication avec les 9 qui ſont reſtez faſſent le nombre propoſé.

SECONDE EXEMPLE.
de la Diviſion ſimple.

```
                           2
                         1 1 8 6
Nombre à diviſer 1 2 3.8.0.4.3(3027
                       1 2 2 7
Diviſeur 409             8 1 8
```

Ayant d'abord retranché du nombre à diviſer trois chifres vers la gauche, leſquels ſont 123 à cauſe que le nombre diviſeur a trois chifres, j'examine combien de fois le diviſeur 409 eſt contenu dans 123, & je voy qu'il ne peut pas y eſtre contenu, puiſqu'il eſt plus petit; c'eſt pourquoy il faudroit écrire un o au quotient: mais comme ce o ſeroit le premier chifre vers la gauche, il ne ſerviroit de rien, & c'eſt pour cette

raiſon qu'on ne l'écrit point.

On prend donc encore un autre chifre qui eſt le ſuivant 8, & l'on a le nombre 1238, dans lequel on examine combien de fois peut eſtre contenu le diviſeur 409, & l'on voit qu'il peut y eſtre trois fois; c'eſt pourquoy l'on écrit 3 au quotient, qui ſervent à multiplier le diviſeur 409, dont le produit ſera 1227, leſquels on écrit au deſſous des 1238 du nombre à diviſer, & duquel nombre on les oſte en écrivant au deſſus le reſte qui eſt 11, & en effaçant les deux nombres 1238 & 1227.

Pour la troiſieme operation on prend un autre chifre vers la droite dans le nombre à diviſer, ce chifre eſt o, & qui avec le reſte fait la ſomme de 110. On conſidere donc ſi dans ce nombre 110 le diviſeur 409 peut eſtre contenu; mais comme il eſt plus petit on écrit un o au quotient enſuite du 3, & l'on paſſe à la quatriéme operation.

Ayant pris le chifre ſuivant 4 dans

: nombre à divifer, la fomme de ce
hifre & des autres qui le precedent
:ra 1104, dans laquelle on confide-
: combien de fois peut estre conte-
u le divifeur, & l'on trouve qu'il
e peut y estre que deux fois; car
ois fois ce divifeur feroit 1227, qui
t un plus grand nombre que 1104;
écris donc feulement 2 au quotient
: ayant multiplié 409 par ce nom-
re 2, le produit fera 818, que j'écris
u deffous des 1104 dont je les ofte,
: il refte 286 que j'écris au deffus
près avoir effacé les deux nombres
04 & 818.

Enfin pour la derniere operation on
end encore un chifre vers la droite,
ui avec ceux qui font reftez font la
mme de 2863, dans laquelle j'e-
mine combien de fois le divifeur
09 peut eftre compris, & je trouve
ue c'eft 7 fois jufte: car fi je n'a-
ois jugé d'abord que fix fois, en fai-
nt à part la Multiplication de 409
ır 6, j'aurois trouvé le nombre 2454
oindre que 2863, & j'aurois vû qu'on

auroit pu ajoûter encore à ce nombre une fois le diviſeur 409, qui auroit fait 2863 juſtement. J'écris donc au quotient le chifre 7 aprês les autres, & je dis que le nombre qui vient de la diviſion eſt 3027 ſans aucun reſte.

La preuve s'en peut faire en multipliant ce quotient trouvé par le diviſeur, & le produit doit eſtre le nombre propoſé ſi l'on a operé juſtement.

Pour reduire au pied & à la toiſe un nombre de pouces & de pieds donnez.

SI le nombre propoſé eſt de pouces en longueur, il le faut diviſer par 12 qui eſt le nombre des pouces de longueur que contient un pied, & le quotient ſera des pieds en longueur. Si ces pouces donnez étoient en ſuperficie, il faudroit faire la diviſion par 144 qui eſt le nombre de pouces en ſuperficie que contient le pied quarré, & le quotient ſera le nombre des pieds quarrez contenus dans le

ıombre des pouces donnez. Et si les
ouces donnez étoient solides ou cu-
ɪiques, il faudroit faire la division
ıar 1728 qui est le nombre des pou-
:ubiques contenus au pied, & le
ɪuotient seroit les pieds cubiques con-
enus dans le nombre de pouces don-
ıez. La mesme chose doit s'entendre
le la toise, lorsque l'on a des pieds
lonnez, en sçachant que la toise de
ongueur contient six pieds en lon-
;ueur, la toise en superficie en con-
ient 36 en superficie, & la toise so-
olide contient 216 pieds solides; on
oit se servir de ces nombres pour
ıire les divisions qui reduisent les
ouces aux pieds, & les pieds à la
ɔise. On doit écrire aprés chaque
:duction les pouces, & les pieds re-
ans de la division, comme nous
errons dans cet exemple des super-
cies.

Soit donné le nombre de pouces
n superficie 57838, ayant fait la
ivision par 144, on aura au quo-
ient 401 pieds en superficie, & il

restera 94 pouces, on divisera ce quotient 401 par 35, & l'on trouvera au quotient 11 qui seront des toises; mais il reste 5 pieds de cette seconde division: ainsi le nombre des pouces donnez contient 11 toises 5 pieds 94 pouces.

TROISIEME EXEMPLE de la Division composée de differentes parties de la toise.

Soit donné premierement une longueur de 35 toises 5 pieds 7 pouces qu'il faut diviser par une autre longueur de 8 toises, 3 pieds 6 pouces, c'est à dire qu'on veut sçavoir combien de fois cette longueur de 8 toises 3 pieds 6 pouces sera contenuë dans la premiere.

Il faut reduire en pieds les toises des deux nombres, ce qui se fait en multipliant le nombre des toises par 6 qui est le nombre des pieds de la toise en longueur; ainsi au lieu de 35 toises, on aura 210 pieds, qui étant joints à 5 pieds qui sont aussi donnez

donnez, la somme des pieds sera de 215. Semblablement les 8 toises du diviseur se reduiront à 48 pieds, & avec 3 pieds la somme sera 51 pieds. On reduira maintenant ces nombres de pieds en pouces de longueur en les multipliant par 12, ce qui donnera 2580 pouces en longueur au lieu de 215 pieds, & ajoûtant à ce nombre les 7 pouces donnez, la somme totale du nombre à diviser sera de 2587 pouces, & celle du diviseur se trouvera par la mesme reduction de 618 pouces. Enfin cette reduction estant faite, on divisera comme dans la Division simple le nombre 2587 par 618, & le quotient sera le nombre de fois que 8 toises 3 pieds 6 pouces sont contenus dans 35 toises 5 pieds 7 pouces; s'il y a du reste aprês la division, ce seront des pouces qu'il faudra reduire en pieds s'il s'en trouve assez pour cela, ce qui se fera en divisant le reste par le nombre des pouces qui sont au pied; & enfin si

le nombre des pieds trouvez par la Division peut estre remis ou reduit en toises, on le fera aussi par la Division, en divisant le nombre qu'on aura trouvé par le nombre des pieds de la toise.

On n'écrit point le reste du nombre à diviser en maniere de fraction, comme on a enseigné cy-deuant : car on ne dit pas par exemple qu'une grandeur est contenuë six fois & un tiers de fois ou deux cinquiémes de fois dans une autre grandeur ; & l'on dit fort bien que 4 toises & $\frac{2}{3}$ sont contenuës douze fois dans 56 toises & l'on ne dit pas que douze toises sont contenuës 4 fois & $\frac{2}{3}$ de fois dans 56 toises, quoy que le produit de 12 par $4\frac{2}{3}$ ou $4\frac{2}{3}$ par 12 donne le mesme nombre 56.

Secondement si le nombre proposé à diviser étoit une superficie de 38 toises 25 pieds 47 pouces par une autre superficie, c'est à dire si l'on cherchoit combien de fois la super-

ficie du diviſeur eſt contenuë dans la ſuperficie à diviſer, on feroit une operation ſemblable à la precedente, en reduiſant les toiſes & les pieds donnez en ſuperficie aux pouces en ſuperficie, par la multiplication du nombre des pieds & des pouces de ſuperficie contenus dans la toiſe & dans le pied en ſuperficie, & aprês cette reduction en faiſant la diviſion à l'ordinaire, & le reſte de la diviſion étant remis en pieds & en toiſes de ſuperficie: mais ſi l'on diviſe la ſuperficie propoſée par une longueur comme de 5 toiſes 3 pieds 9 pouces, le quotient doit eſtre une autre longueur qui ſera le coſté d'un parallelogramme rectangle, laquelle longueur étant multipliée par la longueur du diviſeur doit donner la ſuperficie propoſée.

Pour faire cette regle, il faut reduire les 38 toiſes, 25 pieds 47 pouces de ſuperficie donnée en pouces de ſuperficie, comme nous avons déja enſeigné, en multipliant les toiſes

par 36, & le produit joint aux pieds donnez par 144, & l'on trouvera en tout 200639 pouces de superficie. On reduira aussi le diviseur en en pouces de longueur, puisque le diviseur est une longueur donnée, en multipliant les toises par 6 & les pieds par 12, & l'on trouvera en tout 405 pouces de longueur pour le diviseur, ou pour le costé donné de la superficie proposée. Ayant donc divisé les pouces de superficie 200639 par la longueur 405 pouces, il viendra au quotient 495 pouces de longueur & $\frac{164}{405}$ de pouce, ce qui sera l'autre costé de la superficie.

Si les toises, les pieds & les pouces donnez sont cubiques ou solides, on reduira le tout en pouces cubiques par la multiplication du nombre des pieds cubiques qui sont dans la toise cubique, & par le nombre des pouces cubiques qui sont dans le pied cubique. On fera aussi la reduction en pouces du nombre diviseur, soit en superficie ou en lon-

gueur, suivant qu'il sera donné.

CINQUIEME REGLE.

De l'Extraction de la Racine quarrée.

CETTE Regle sert à connoître le côté d'un quarré égal à une superficie donnée, en sorte que quand le costé est trouvé, si on le multiplie par luy mesme, le produit doit estre la superficie proposée.

Il y a une regle universellement reçuë par tous les Arithmeticiens pour faire cette operation, mais elle est fort difficile à cause des précautions qu'il faut prendre tant pour la position des chifres, que pour les nombres qu'on doit poser, que l'on ne peut reconnoistre qu'aprés plusieurs tâtonnemens. Cette regle est entierement differente des autres, quoiqu'elle soit en partie composée de la Division.

Voicy une maniere nouvelle pour faire cette regle par quelques Divisions ordinaires, dont la derniere ne

ſert fort ſouvent que de preuve à cette operation. Je ne croy pas que perſonne ſe ſoit ſervi de cette methode, & j'eſpere qu'elle ſera d'autant mieux reçuë du Public, que ſon operation eſt fort ſimple, & qu'elle n'a beſoin que d'une ſeule regle, ſans aucune obſervation dans la poſition des chifres aprês qu'on a fait la preparation qui n'eſt qu'une petite diviſion, dans laquelle lorſque les nombres ne ſont pas bien grands, il n'eſt pas neceſſaire de mettre la main à la plume, comme on le verra par les exemples.

On ſuppoſe que l'on ſçache les racines ou les coſtez des dix premiers quarrez, dont nous donnons icy une petite Table pour ſervir à ceux qui n'en ont pas la connoiſſance.

Table des racines ou costez des quarrez depuis l'unité jusqu'à 100. *avec la difference des quarrez.*

Racines ou costez.	Quarrez.	Differences.
1	1	
2	4	3
3	9	5
4	16	7
5	25	9
6	36	11
7	49	13
8	64	15
9	81	17
10	100	19

PREMIER EXEMPLE.

de l'Extraction de la Racine quarrée.

Soit le nombre proposé en superficie 8. 64. 93, qui seront des toises, des pieds, des pouces, ou tout ce que l'on voudra en superficie. On demande le costé d'un quarré qui soit égal à cette superficie, ou tout

au moins le costé du plus grand quarré qu'on puisse former avec les parties proposées, sans avoir égard au reste. Ainsi ce costé doit estre une ligne ou une longueur composée de plusieurs fois le costé d'une des parties proposées; comme si le nombre proposé est de pieds en superficie, on connoistra en pieds de longueur le costé du quarré que l'on cherche, & ainsi des pouces ou des autres quantitez proposées. Lorsque dans le nombre proposé il y a un nombre de parties audelà du plus grand quarré qu'on en puisse tirer, on ajoûte une fraction à la longueur ou à la racine trouvée, pour pouvoir approcher de plus prés de la longueur ou du costé d'un quarré égal à toute la superficie donnée, lequel costé ou racine pour l'ordinaire ne peut pas estre connu geometriquement, c'est à dire comme parlent les Geometres, que le costé du quarré qui seroit justement égal à la superficie proposée, seroit incommen-

ſurable au coſté d'une des parties propoſées. Venons à l'operation.

On ſepare avec des points les chifres du nombre propoſé de deux en deux; en commençant à droit, & l'on prend le plus grand quarré qui ſoit contenu dans la valeur des chifres de la derniere ſeparation; enſuite on prend la difference de ce quarré au nombre de la derniere ſeparation, laquelle ſera icy 4, on ajoûte à cette difference autant de chifres qu'il y a de ſeparations ſans compter la derniere, qui ſont icy deux, leſquels chifres on prend enſuite de la derniere diviſion; Ces deux chifres ſont donc 64, audevant deſquels on met le reſte 4 qu'on a trouvé cydevant, ce qui fait en tout 464. Il faut remarquer que les o qui ſe trouveroient depuis la derniere diviſon doivent eſtre comptez dans la jonction que l'on fait du reſte avec les nombres qui ſuivent la premiere ſeparation.

On diviſe aprés ce nombre 464 par

la difference 5 qui est entre le quarré 4 qu'on a pris dans la derniere separation, & l'autre quarré plus proche & superieur qui est icy 9. Le quotient de cette division sera 93 à tres peu prês, lesquels 93 j'écris ensuite de la racine 2 du quarré 4 que j'ay pris, ce qui fait 293, lequel nombre sera le Diviseur du nombre proposé. Quand au lieu de 293 j'aurois pris pour diviseur le nombre 294 ou 292, l'operation ne seroit pas moins juste; mais il vaut mieux prendre un plus grand nombre qu'un plus petit car ce premier diviseur, qu'on peut appeller la premiere racine, est toûjours plus petit que la veritable; & mesme l'on peut connoistre par la seule inspection du nombre proposé quel est ce deffaut à tres-peu prês; mais il vaut mieux faire une division de plus que de charger la memoire d'un nouveau precepte. Cette petite division que nous venons de faire qui ne peut avoir pour diviseur qu'un ou deux chifres tout au plus, n'est pas com-

ptée pour une des operations ou divisions de la Regle.

Ayant donc divisé tout le nombre proposé par 293, il vient au quotient 295, & le reste du nombre est 58, auquel je n'ay nul égard presentement.

Je prens la difference entre le nombre diviseur 293, & le quotient trouvé 295, laquelle est 2, dont j'ajoûte la moitié qui est 1, au plus petit de ces deux nombres 293; la somme sera donc 294, qui est la racine ou le costé du quarré que l'on cherche, où il n'y aura qu'une tres-petite difference entre ce nombre 294 & la racine cherchée; ce que l'on pourra verifier en divisant encore le nombre proposé par 294, & l'on trouvera que le quotient sera aussi 294, ce qui est une preuve que le nombre 294 est la racine cherchée.

Pour les 57 qui restent aprés la division, on en fait une fraction en cette sorte $\frac{57}{589}$ en écrivant ce reste 57 pour le numerateur. & en dou-

blant la racine trouvée, & y ajoûtant 1 pour le denominateur de la mesme fraction. Cette fraction est un peu plus petite qu'il ne faudroit, mais cela n'est pas considerable, si le nombre proposé est en petites parties, comme pieds ou pouces.

On doit remarquer que lorsque le quotient n'est different du diviseur que de 1 ou de l'unité, comme on parle ordinairement, il faut prendre le plus petit nombre des deux pour la racine proposée; car l'on trouvera que si l'on divise le nombre proposé par le plus grand de ces deux nombres, le quotient ne sera pas un nombre égal au diviseur, mais il sera plus petit d'une unité, c'est à dire qu'il sera égal au plus petit des deux.

Si le nombre diviseur & le quotient ne sont differens l'un de l'autre que de 2, il n'y aura qu'à ajoûter la moitié de deux, qui est 1, au plus petit des deux nombres, & l'on aura la racine cherchée, pourvû qu'il soit

reſté 1 après la diviſion, comme on a trouvé en cet exemple.

Il faut encore remarquer que ſi la difference entre le diviſeur & le quotient eſt un nombre impair, il faut negliger le demy qui ſe trouve dans la moitié qu'on doit joindre au plus petit des deux nombres.

On doit enfin remarquer que le premier diviſeur du nombre propoſé doit toûjours avoir autant de chifres qu'on a trouvé de ſeparations, & s'il en manque on y ſubſtituera des o comme on le verra dans l'exemple ſuivant.

SECOND EXEMPLE de l'Extraction de la Racine quarrée.

Soit le nombre propoſé 1.07.64.00. lequel étant ſeparé de deux en deux chifres, il ne reſte que 1 dans la derniere ſeparation, & il y a trois ſeparations ſans compter la derniere à gauche. Or le plus grand quarré dans 1 eſt 1, & il ne reſte rien, c'eſt

pourquoy je prens seulement les trois chifres 0 7 6 suivans cette separation à cause des trois separations, lesquels je divise par le nombre 3, qui est la difference entre le quarré 1 & le quarré suivant 4, & je trouve au quotient 025; car il ne faut pas negliger les 0 au commencement à cause de la racine 1 du premier quarré 1, laquelle doit estre mise avant ce quotient 025, ce qui fera la somme 1025 pour le diviseur du nombre proposé. La division étant donc faite, on trouvera le quotient de 1050, & la difference entre le diviseur & le quotient sera 25, dont la moitié est $12\frac{1}{2}$; mais en negligeant le $\frac{1}{2}$ on ajoûtera les 12 au plus petit des deux nombres, qui feront ensemble 1037, ce qui sera la racine du nombre proposé, ou a tres peu prés: c'est pourquoy on fera encore la division du nombre proposé par 1037, & le quotient viẽdra 1037, ce qui est une preuve que ce nombre 1037 est la racine que l'on cherche. Le reste sera 1031, dont on

fera une fraction pour ajoûter à cette racine, de la mesme maniere que nous avons fait dans l'exemple precedent.

TROISIEME EXEMPLE de l'Extraction de la racine quarrée.

Soit le nombre proposé 11. 07. 64. 09. Ayant fait les separations de deux en deux, on en trouve trois sans compter la derniere vers la gauche, dans laquelle il se trouve deux chifres qui valent ensemble 11. On prendra donc les trois chifres aprês cette derniere division qui sont 076, au devant desquels on mettra la difference 2 qui se trouve entre le nombre 11, & le plus grand quarré 9 compris dans ce nombre, ce qui fera la somme 2076, laquelle je divise par 7 qui est la difference entre le quarré 9 & le prochain plus grand 16. Cette petite division étant faite, le quotient sera 297 à tres-peu prês, que j'ajoûte à la racine 3 du quarré 9 que j'ay pris; on a donc le nom-

bre 3297 pour diviseur du nombre proposé, & le quotient de cette division sera 3359; enfin la difference entre ce quotient & le diviseur 3297 est 62, dont la moitié 31 doit estre ajoûtée au plus petit de ces deux nombres, ce qui fera 3328, qui doit estre la racine du nombre proposé, ou à tres peu prês: mais ayant fait encore la division du nombre proposé par ce diviseur 3328, on trouvera que le quotient sera aussi 3328, ce qui fait voir que ce nombre est la veritable racine qu'on cherche. On pourra ajoûter à cette racine la fraction qui luy convient, suivant la methode du premier exemple.

REMARQUE.

On a attaqué Monsieur de la Hire sur cette regle dans le Iournal du 19 *Février* 1691. *comme s'il l'avoit donnée luy-mesme: mais premierement l'Auteur de cette critique à tort de l'attribuer à Monsieur de la Hire puisqu'elle ne porte*

porte pas son nom, ny le livre où elle est inserée, & quoyque Monsieur de la Hire ait presenté ce livre à l'Academie pour en avoir son approbation, il ne la pas presenté comme en estant l'auteur.

Secondement il ne devoit pas traiter cette regle de fausse, puisqu'il reconnoît luy mesme ensuite qu'elle est vraye. Que si on ne l'a pas énoncée dans toute son étenduë, c'est qu'on a jugé que les Exemples estoient suffisans pour en donner l'intelligence, & pour suppléer à ce que l'on n'avoit pas exprimé dans l'énoncé; & deplus cet enoncé estant suffisant pour la pratique de l'Arpentage.

Mais l'Auteur de cette Remarque fait voir qu'il n'est pas fort versé dans les Mathematiques puisqu'il donne une Regle comme generale pour former des nombres où la methode de ce livre doit se trouver fausse. On forme suivant cette Regle plusieurs nombres comme 10200 *par le moyen de* 100, 7395 *par le moyen de* 85 *&c. & cependant on trouve les racines quarrées de ces nombres par la methode de ce livre en n'employant que deux divisions.*

Pour les remarques qu'il donne à la fin de sa critique, il les a prises mot pour mot de ce qui est dans ce livre, où il les a déguisées sous des termes équivalans, à l'exception toute fois de ce qu'il dit qu'il faut faire quelque fois plus de deux divisions pour trouver la veritable racine; mais il aura de la peine a persuader au Public que celuy qui a pû inventer c tte methode, dont la demonstration est assez difficile à ceux qui n'ont pas une grande connoissance des nombres, n'ait pas vû qu'il y a des cas où il faut employer plus de deux divisions.

L'Auteur de cette critique s'est enfin fait connoistre sous le nom de Monsieur Mazieres dans le Iournal du 11 Iuin, & c'est en cet endroit qu'il a fait voir qu'il n'avoit pas entendu la Regle qu'il vouloit reprendre: car on a reconnu qu'il oublioit de mettre un chifre dans le premier diviseur, ce qui est remarqué exprés dans cette Regle depeur qu'on ne s'y méprit. Cette ommission, qu'on ne peut pas [pa]rdonner, a donné lieu a sa

critique & à toutes ses remarques, comme a fait voir Monsieur Pothenot dans le Iournal du 9 Iuillet suivant.

Enfin j'avertiray icy que l'Auteur de la Methode que nous donnons, à toûjours tasché de reduire les Mathematiques aux principes les plus simples qu'il luy estoit possible, comme il a fait en reduisant ces extractions de racines à la division ordinaire dans laquelle il ne faut pas presque tastonner pour trouver les chifres du quotient. On connoistra si les methodes ordinaires sont plus simples que celle-cy par les Exemples que je rapporte de ces extractions, dans lesquels j'ay suivi la Methode d'un des plus fameux Arithmeticiens de ce temps.

EXEMPLE

de l'extraction de la racine quarrée selon la Methode vulgaire.

Soit le nombre proposé 9.27.32.43.04 duquel il faut extraire la racine quarrée.

Ayant ſeparé les chifres de deux en deux par des points, comme on a fait cy-devant, on prendra la racine quarrée de la derniere diviſion qui eſt 3, qu'on écrira au quotient & ſous le nombre 9. puis on dira 3 fois 3 font 9, qu'on oſtera du nombre de deſſus 9, & il ne reſte rien, on barrera donc le nombre 9 & 3 qui eſt au deſſous.

Aprês pour trouver un diviſeur il faut doubler la racine 3, qui eſt venuë au quotient, & viendra 6 qu'il faut mettre au deſſous de 2, mais en avançant d'une figure, comme à la diviſion, puis dire en deux combien de fois 6; mais comme il ne ſe y trouve point, il faut barrer le 6 & mettre un 0 au quotient.

```
        121
      31608
9.27.32.49.04 ( 30452
36
      604
       6087
        60902
```

Maintenant pour trouver un ſecond diviſeur il faut doubler les deux racines 30; car le zero tient lieu de racine, & dire deux fois 0 font 0 que j'écris ſous 3, & aprés deux fois 3 font 6

que j'écris ensuite sous le 7: puis je dis en 27 combien de fois 6, je trouve qu'il n'y peut estre que 4 fois que j'écris au quotient & sous le nombre 2, & en continuant, comme à la division, on dira 4 fois 4 font 16 qui estant ostez de 22 reste 6 que l'on écrira au dessus du 2, & on retiendra 2; puis quatre fois o font o qui avec 2 ne font que 2, qu'on ostera du 3 & il restera 1 qu'on écrira au dessus du 3. enfin quatre fois 6 font 24, qui estant ostez de 27 reste 3 qu'on écrira au dessus du 7 en effaçant tous les autres nombres hormis ce qui est resté.

On remarquera que si dans la multiplication du nombre 604 par 4 on trouvoit le nombre de dessus trop petit, il faudroit recommencer l'operation & mettre seulement 3 au quotient.

Ensuite on doublera les 3 nombres du quotient 304 & l'on écrira ce double en commençant sous le 4 ce qui sera 608 & l'on cherchera com-

combien de fois 6 sera contenu en 31 ce que l'on trouve 5 fois; on écrira donc 5 au quotient, & l'on mettra aussi 5 au devant du 8 sous le 3: ensuite en faisant comme à la division on multipliera 6085 par le quotient 5 & le produit estant osté du nombre superieur il restera 1218 que l'on écrira au dessus en effaçant les nombres de dessous.

Enfin on doublera les chifres du quotient 3045 ce qui fera 6090 que l'on écrira au dessous des chifres superieurs, en commençant par 0; & en examinant combien de fois 6 est en 12, on le trouve deux fois; on écrira donc 2 au quotient, & 2 au dessous de 4, ce qui fera en tout 60902 qui estant multipliez par le quotient 2 on aura 121804, lesquels estant ostez de 121804 il ne reste rien: c'est pourquoy on connoit que la racine du nombre proposé est justement 30452.

Si l'on cherche cette racine par la Methode qu'on a donnée cy dessus,

on la trouvera par deux divisions sans compter la petite division qui sert a trouuer le premier diviseur.

Nous parlerons encore de l'extraction de cette racine & de la cubique, aprês avoir expliqué l'usage des Logarithmes.

SIXIEME REGLE.

De l'extraction de la racine Cubique.

ON separera d'abord de trois en trois tous les chifres du nombre proposé en commençant vers la droite, comme on voit dans les exemples suivans ; & l'on ostera de la derniere separation vers la gauche le le plus grand cube qu'il sera possible, & l'on mettra le reste à part. Cette derniere separation peut contenir un, deux ou trois chifres. Ensuite on prendra autant de chifres depuis cette derniere separation en allant vers la droite, qu'il y a de separations au nombre sans compter la derniere vers la gauche, & les zeros seront

icy conſiderez comme des chifres. On mettra au devant de ces chifres le reſte qu'on avoit mis à part, & l'on diviſera cette ſomme par la difference entre le cube qu'on a pris dans la derniere ſeparation, & le cube ſuivant ſuperieur. On mettra le quotient qui viendra de cette diviſion aprés la racine du cube qu'on a pris d'abord, ce qui fera un nombre qui ſervira de diviſeur au nombre propoſé. La diviſion du nombre propoſé ayant eſté faite par ce diviſeur, le quotient ſera encore diviſé par le meſme diviſeur; & le quotient qui viendra de la ſeconde diviſion, étant oſté du diviſeur, s'il eſt plus petit, ſinon le diviſeur étant oſté du quotient, on prendra le tiers du reſte qu'on ajoûtera au nombre diviſeur s'il eſt plus petit que le dernier quotient, ſinon on l'en oſtera, & cette ſomme ou cette difference ſera la racine cubique du nombre propoſé, ou bien elle en ſera proche.

On réïterera l'operation en diviſant

ſant encore le nombre propoſé par le dernier nombre trouvé, & en diviſant auſſi le quotient de la premiere diviſion par ce meſme nombre. Si la difference entre le diviſeur & le dernier quotient eſtoit plus petite que 3, le plus petit nombre du diviſeur ou du quotient ſeroit la racine cubique que l'on cherche; mais ſi la difference eſt 3, ou plus grande que 3, on en prendra le tiers en negligeant les fractions, & on l'ajoûtera ou on l'oſtera du diviſeur ſuivant la regle que nous venons d'en donner, ce qui donnera la veritable racine cubique du nombre propoſé, ou bien une qui en ſera fort proche. On réïterera l'operation tant que le dernier quotient vienne le meſme que le diviſeur.

Si dans quelqu'une des operations la difference entre le ſecond quotient & le diviſeur eſtoit moindre que 3, il ne ſeroit pas neceſſaire de la repeter; car le diviſeur du nombre propoſe, ou le quotient s'il eſtoit plus petit que le diviſeur, ſeroit la racine que l'on cherche. G

Il faut remarquer tant pour la racine quarrée que pour la racine cubique, que la racine du quarré ou du cube que l'on prend d'abord doit valoir autant que si elle avoit au devant d'elle autant de zeros qu'il y a de separations dans le nombre proposé sans conter la derniere, en sorte que s'il y a en tout trois separations, cette racine vaudra autant de centaines que marque son chifre; c'est pourquoy si dans l'operation qu'on fait ensuite pour trouver le nombre qui doit estre joint à cette racine pour faire le premier diviseur, il ne se trouvoit qu'un nombre qui ne pût pas remplir toutes les places qui doivent estre au devant de la racine, il faudroit mettre ce nombre à sa place par raport à la valeur de la racine, comme on verra dans les exemples suivans.

Soit le nombre proposé 43 | 241 | 792 qui a trois separations, la derniere contient deux chifres, dont le plus grand cube est 27, & le reste jusqu'à

43, eſt 16 que je mets à part. A cauſe des deux ſeparations ſans conter la derniere, je prens les deux chifres vers la droite 24, au devant deſquels je mets le reſte 16, ce qui fait en tout 1624. Je diviſe ce nombre par la difference 37 qui eſt entre le cube 27 & ſon prochain ſuperieur 64; la diviſion eſtant faite, je trouve au quotient 44 à peu prés: où l'on doit remarquer qu'il vaut mieux prendre un peu plus que moins. Je mets au devant de ce quotient 44, la racine cubique de 27, laquelle eſt 3, & j'ay le nombre 344 pour diviſeur du nombre propoſé.

La diviſion eſtant faite on trouve au quotient 125702 ſans avoir égard au reſte; ce quotient ſera encore diviſé par le meſme diviſeur 344, & le ſecond quotient ſera 365 qui eſt plus grand que le diviſeur de 21, dont le tiers eſt 7 qu'il faut ajoûter au diviſeur 344, à cauſe qu'il eſt plus petit que le quotient; on aura donc 351 pour la racine du nombre propoſé.

On le verifiera en recommençant l'operation par la division du nombre proposé, dont le diviseur sera 351, & le premier quotient viendra 123195, lequel estant encore divisé par 351, le second quotient sera 350 qui sera la racine que l'on cherche, à cause que 350 est plus petit que le diviseur seulement de 1.

Si l'on proposoit le nombre 350|062|735, le plus grand cube de la derniere separation 350 sera 343 dont la racine est 7, & la difference de 343 à 350 est 7 que l'on met au devant des deux chifres 06 que l'on prend vers la droite depuis la derniere separation, à cause qu'il y a seulement deux separations au nombre donné sans compter la derniere; on aura donc 706 que l'on divisera par le nombre 169, qui est la difference entre le cube 343 & son prochain superieur 512. Le quotient de cette petite division sera 4, qui estant ajoûté à la racine 7 du cube pris d'abord, laquelle racine vaut des centaines à

cause des trois separations, on aura 704 pour diviseur du nombre proposé, & le quotient de la premiere division sera 497248 sans avoir égard au reste ; ce quotient estant encore divisé par le mesme diviseur, on aura au second quotient 706, qui n'excede le diviseur que de 2 ; c'est pourquoy le diviseur 704 qui est le plus petit, sera la racine cubique du nombre proposé.

Soit un autre nombre proposé 7|976|023|992, le plus grand cube de la derniere separation qui est la quatriéme est un 1, & sa difference jusqu'à 7 est 6, & jusqu'au cube superieur 8 est 7 ; mais à cause qu'il y a trois separations dans ce nombre sans compter la derniere, on prendra les trois chifres 976 qu'on mettra aprés 6, ce qui fera 6976 que l'on divisera par 7, & le quotient de cette petite division sera 997, au devant duquel on mettra la racine du premier cube 1, ce qui fera 1997 pour diviseur du nombre proposé. On trou-

vera le premier quotient 3994001, lequel estant encore divisé par le mesme diviseur 1997, le second quotient sera 2000. La difference entre ce quotient & le diviseur est 3, dont le tiers est 1 qu'il faut ajoûter au diviseur à cause qu'il est le plus petit, & l'on aura 1998 pour la racine du nombre proposé.

On doit remarquer que ce nom-1998 ne seroit pas la racine du nombre proposé, s'il ne restoit rien aprés la premiere division, & s'il ne restoit au mois 3 aprés la seconde.

Soit encore un nombre proposé 3|259|592, lequel estant separé de trois en trois, il reste 3 à la derniere separation, dont le plus grand cube est 1, sa racine est 1, & le surplus de ce cube jusqu'à 3 est 2 que j'écris au devant de 25 à cause des deux separations sans conter la derniere, ce qui fait 225 que je divise par la difference 7, qui est entre le cube 1. & son prochain superieur 8 : le quotient de cette division est 32 que j'écris

aprés la racine 1, ce qui fait 132. qui doit servir de diviseur au nombre proposé. La premiere division estant faite, il y aura au quotient 24693, & ce quotient estant encore divisé par 132, le second quotient sera 187; la difference entre 187 & 132 est 55, dont le tiers est 18 en negligeant la fraction; il faut donc ajoûter le nombre 18 avec 132, qui est le plus petit du dernier quotient & du diviseur, ce qui fera 150, qui doit estre la racine du nombre proposé, ou à tres-peu prés.

Pour s'en asseurer on réïterera l'operation en divisant le nombre proposé par 150, le premier quotient sera 21730, qui estant encore divisé par 150 donnera le second quotient 144, qui est plus petit de 6 que le diviseur; on ostera donc le tiers de 6 qui est 2 du diviseur 150, & il restera 148 pour la racine cubique que l'on cherche.

Pour la fraction qu'il faut ajoûter aux racines trouvées, on prendra la

difference entre le nombre proposé & le plus grand cube de ce nombre dont on a trouvé la racine, cette difference sera le numerateur de la fraction; pour le dênominateur on fera une somme de trois fois la racine, & trois fois son quarré avec 1.

Exemple. Si la difference estoit 35, on écrira 35 pour numerateur, & si la racine est 20 dont le quarré est 400, on aura pour dénominateur 1261.

$$\frac{35}{1261}$$

Cette fraction est toûjours un peu plus petite que la veritable.

EXEMPLE

De l'extraction de la racine cubique suivant la Methode vulgaire.

Soit le nombre proposé 48. 627. 125 dont on veut tirer la racine cubique. Ayant separé les chifres de trois en trois, comme on a enseigné cy-devant, il faut prendre la racine cubique de la derniere separation qui est 48 laquelle sera 3, & l'on écrit

le 3 au quotient pour racine, & son cube qui est 27, on l'écrira au dessous des 48 desquels on l'ostera, en écrivant au dessus le reste 21 comme en la division ordinaire.

```
 21 971
 48.627.125(365
 27
  27
 19 686
    3888
  1 971125
```

Pour la seconde operation, où il faut trouver un diviseur, on prendra le triple du quarré de la racine qu'on a déja trouvée laquelle est 3, & son quarré 9 & son triple 27, que l'on écrira au dessous du nombre proposé en avançant d'un chifre dans la seconde separation; puis on dira en 21 combien de fois 2, on sçait qu'il y est naturellement dix fois, mais on ne trouveroit pas son conte à l'y prendre dix fois, ce que l'operation feroit voir, & l'on trouveroit qu'on ne l'y pourroit mettre que six fois seulement; on écrit donc 6 au quotient pour racine; ce qui estant fait on

multiplie le diviſeur 27 par 6, & l'on a le produit 162, que l'on écrit à l'écart. Aprés on prend le triple du quarré de la racine 6, ce qui fait 108, parce que le quarré de 6 eſt 36, & trois fois 36 eſt 108, leſquels je multiplie par la premiere racine trouvée, qui eſt 3, & le produit eſt 324 que l'on écrit ſous 162, mais en avançant d'une colonne.

27	diviſeur.
6	racine.
162	produit
36	quarré
3	
108	triple.
3	
324	produit.
216	cube de 6.

Produits.

162	
324	
216	
19656	ſomme

Finalement on cube la racine 6, ce qui donne 216, que l'on écrit ſous 324. en avançant d'une colonne; puis additionnant ces trois produits leur ſomme eſt 19656 qu'il faut écrire ſous 21627 & l'en oſter, & le reſte ſera 1971 que l'on poſera au deſſus à la maniere ordinaire de la diviſion.

Par cette methode d'extraire la racine cubique en poſant à l'écart les

›roduits, on voit ſi leur ſomme eſt
·ſt plus grande ou plus petite que ce
|ui eſt reſté de la premiere operation
›our la ſeconde, ou de la ſeconde
›our la troiſiéme, & ainſi de ſuite.
ǐi la ſomme des produits eſt plus
;rande, c'eſt ſigne que l'on ne peut
›as mettre pour racine un ſi grand
›ombre que celuy qu'on a ſuppoſé;
èmblablement ſi la ſomme eſt un
›eu moindre ou égale, c'eſt ſigne que
a racine eſt bien trouvée, comme
lans l'exemple cy-deſſus la ſomme
les produits eſt 19656. & le reſte
·ſtoit 21627, par conſequent on peut
nettre hardiment 6 pour ſeconde ra-
ine, & obſervant ce qu'on a dit cy-
leſſus, on eſt aſſeuré ſi l'on peut met-
re la racine ſuppoſée ou non, parce
ue ſi la ſomme des produits eſt plus
;rande que le reſte du nombre de
extraction, il faut ſuppoſer un moin-
lre nombre pour racine, ce que l'on
bſervera dans chacune des opera-
ions ſuivantes. Il faut auſſi prendre
arde de ne pas mettre cette racine

plus petite qu'elle ne pourroit eſtre poſée.

Pour la troiſiéme opertion de cette regle, il faut encore trouver un diviſeur, & pour cela il faut prendre le triple du quarré des deux premieracines qu'on a trouvées, ce qui eſt 3888. ; car 36 a pour quarré 1296. & ſon triple eſt 3888. ce nombre eſtant poſé pour diviſeur ſous le reſte precedent 19711, car il faut avancer d'une colonne, on cherchera en 19 combien de fois on peut mettre 3; on voit qu'il peut y eſtre ſix fois; mais on juge qu'il ne faut le prendre que cinq fois; on poſe donc 5 pour racine au quotient; puis pour voir ſi l'on peut poſer 5, on multiplie le diviſeur par la racine 5 ce qui donne 19440 que l'on écrit à l'écart comme cy-devant. Aprés on prend le triple du quarré de la racine 5 qui

3888	diviſeur.
5	racine.
19440	produit.
75	triple quarré
36	de 5.
2700	produit.

:ſt 75, qu'on multiplie par les deux
premieres racines 36 & le produit eſt
.700 qu'on écrit au deſſous du premier produit en avançant d'une colonne.

Produits.

	19440
	2700
	125
Addition	1971125

Enfin on prend le cube de la meſme racine 5 qui eſt 125 que
'on écrit auſſi ſous le ſecond produit
:n avançant d'une colonne, & l'ad-
lition de ces trois produits ſera
971125 qu'il faut écrire ſous le
iombre propoſé en mettant le pre-
nier chifre 5 ſous le premier 5 de la
econde ſeparation pour lequel on
ait l'operation. Enſuite ayant fait
a ſouſtraction de ce nombre avec
:eluy qui eſt au deſſus, on trouve
ju'il n'y a aucun reſte; c'eſt pourquoy
on connoiſt que le nombre du quo-
:ient 365 eſt la racine cubique qu'on
:herche.

Par noſtre methode il ne faut qu'u-
ne operation pour trouver cette raci-

ne, car la feconde ne luy fert que de preuve.

Dans les exemples de l'extraction des racines par la methode vulgaire on a fuivi mot à mot un des plus fameux Arithmeticiens de ce temps, afin qu'on ne pût pas foupçonner que nous aurions alongé & embarraffé. Cette regle qui eft remplie de plufieurs taftonnemens & fujette à un grand travail, je ne parle pas de la raifon de la difpofition des chifres qui eft difficile, & qu'on oublie facilement; il n'en eft pas de mefme de la methode que l'on a donnée dans ce Livre.

SEPTIEME REGLE
qu'on appelle Regle de Trois ou de Proportion.

CETTE Regle eft une des plus utiles de toute l'Arithmetique, elle fert à trouver un nombre qui foit quatrieme proportionnel aprês trois autres qui font donnez. Tout

ırtifice de cette regle consiste à bien
ɔser les termes donnez ; c'est pour-
ıoy il faut entendre ce que c'est
ıe proportion, pour pouvoir faire
:tte position avec justesse.
On dit que quatre nombres sont
ı proportion ou proportionnaux ;
ɔrsque le premier a mesme raport
ı second que le troisieme a au qua-
ieme, & ce mesme raport se com-
'end assez facilement dans les nom-
:es. Par exemple nous disons que
nombre 4 a mesme raport à 12,
ıe le nombre 6 a au nombre 18,
ırce que 4 est le tiers de 12, com-
e 6 est le tiers de 18 ; ou bien le
ɔmbre 4 pris trois fois fait le nom-
:e 12, & le nombre 6 pris aussi trois
ıs fait le nombre 18 ; ainsi ces qua-
e nombres sont dits proportionnaux,
ı exprime la proportion de quatre
ıantitez en general, en disant que
premiere est à la seconde, comme
troisieme est à la quatrieme. Il y
d'autres raports qu'il n'est pas pos-
ɔle d'exprimer par les nombres ;

mais ce que nous venons de dire peut suffire pour faire entendre ce que c'est que proportion, qui consiste toûjours en deux raports semblables.

Nous ne disons pas que quatre quantitez ou quatre nombres sont en proportion, si le premier par exemple a mesme raison au quatrieme que le troisieme a au second : car il faut toujours que les termes de la proportion, ou chaque nombre qui la compose, soit disposé dans l'ordre que nous avons marqué d'abord, c'est à dire qu'il faut que le premier soit au second, comme le troisieme est au quatrieme.

Or il est démontré que lorsque quatre nombres sont en proportion, le produit de la multiplication des deux du milieu est égal au produit des deux extremes, c'est à dire du premier par le dernier, comme dans l'exemple precedent des quatre nombres en proportion 4, 12, 6, 18, douze fois 6 font 72, & semblablement

nent quatre fois 18 font 72. Ainsi
ar cette proprieté des quatre nom-
res en proportion, si l'on en a trois
eulement, on trouvera toûjours le
uatrieme. Par exemple si l'on don-
oit les trois premiers de cet exem-
le 4, 12, 6, & qu'on demandât le
uatriéme, il faudroit multiplier le
econd 12 par le troisieme 6 qui sont
es deux du milieu de la proportion,
& nous aurons un produit 72, égal au
roduit du premier 4 par le dernier
qui nous est inconnu & que l'on de-
nande. Mais si l'on divise ce produit
donné 72 par le premier terme 4,
e quotient 18 doit venir necessaire-
nent pour le quatrieme terme; car
e diviseur 4 multiplié par le quotient
18 doit donner le nombre 72 que
l'on a divisé. Si l'on donnoit les trois
derniers termes de la proportion, le
produit des deux moyens devroit e-
stre divisé par le dernier, & le quo-
tient seroit le premier terme cher-
ché.

Enfin si l'on donnoit le premier

& le dernier & quelqu'un des moyens, on trouveroit l'autre en divisant le produit de ces deux extremes par le terme moyen qui est donné.

Exemple du premier cas.

Soient les trois nombres donnez 57. 315. 102 pour les trois premiers termes d'une proportion ou d'une régle de trois, ausquels il faut trouver le quatrieme proportionnel.

Je multiplie par la regle les deux moyens l'un par l'autre 315 par 102, dont le produit sera 32130, lequel étant divisé par le premier 57, le quotient viendra $563 \frac{39}{57}$ qui sera le quatrieme proportionnel que l'on cherche.

Il n'y a pas plus de difficulté dans les autres cas, c'est pourquoy nous ne nous étendrons pas davantage sur cette regle.

Toutes les autres regles qu'on propose ordinairement dans l'Arithmetique ne sont que des regles de trois

ui sont doublées pour la plusspart
z dont quelques termes se confon-
ent quelques fois les uns avec les
utres, comme la regle de trois qu'on
ppelle *Inverse* dont voicy un exem-
ple.

24 Hommes ont des vivres pour
2 jours on demande combien de
ours ces mesmes vivres pourront-
s durer à 16 hommes.

Pour faire cette regle il faut dis-
oser les termes en cette sorte. 16
ommes sont à 24 hommes comme
2 jours au nombre de jours que l'on
herche. La raison de cette disposition
st que si l'on considere qu'un hom-
ne mange en un jour 1 livre de pain
es 24 hommes mangeront 24 livres
n un jour & les 16 hommes en men-
;eront 16 livres ; & il y aura mes-
ne raison de 16 livres à 24 livres
que de 12 jours à 18 jours qui est le
nombre des jours que l'on cherche:
car le produit de 24 livres par 12
ours sera la quantité de livres de
pain qu'il y a laquelle estant divisée

par 16 donne 18 qui eſt l'operation de la regle de trois.

Pour les regles de trois doubles j'en donneray auſſi un exemple.

Si 18 hommes ont fait 45 toiſes d'ouvrage en 3 jours, on demande combien 15 hommes pourront faire de toiſes en 12 jours.

On diviſe cette regle en deux & l'on dit d'abord ſi 18 hommes font 45 toiſes ſans parler des jours, 15 hommes feront 37 toiſes $\frac{1}{2}$ par la regle de trois ordinaire : mais ces 37 toiſes $\frac{1}{2}$ feront faites en autant de temps par les 15 hommes que les 45 toiſes par les 18 hommes, c'eſt à dire en 3 jours.

Enſuite ſans parler des hommes on dit ſi 3 jours donnent 37 toiſes $\frac{1}{2}$, 12 jours donneront 150 toiſes.

Par la regle ordinaire on joint ces deux regles enſembles en faiſant un produit des trois nombres 45, 15, 12 multipliez l'un par l'autre lequel enſuite doit eſtre diviſé par le pro-

it des deux reſtans 3 & 18 mul-
liez auſſi l'un par l'autre.
Cette Methode n'eſt pas plus ab-
gée que celle que je viens de don-
: car il faut faire dans chacune qua-
operations & dans la regle ordi-
re les nombres ſont plus grands.

Des Logarithmes.

Les nombres logarithmiques ſont des nombres artificiels dont on ſert pour faire les plus difficiles o-ations de l'Arithmetique par une ye ſimple & facile; comme la Mul-lication ſe fait par le moyen d'une ldition, la Diviſion par le moyen ıne Souſtraction, & l'Extraction la racine quarrée par une Divi-n en deux, & celle de la racine bique par une Diviſion en trois.
Il y a des Tables de ces nombres garithmiques, où l'on trouve de te les nombres naturels qui leur ondent, & qui ſont à coſté.

Exemple de la Multiplication par les Logarithmes.

On veut multiplier 145 par 37; il faut chercher dans la table des nombres logarithmiques ceux qui répondent aux deux nombres proposez, à sçavoir le nombre 2. 1613680 qui est le Logarithme de 145, & 1. 5682017 qui est le Logarithme de 37. Ayant ajoûté ensemble ces deux nombres logarithmiques, qui font 3. 7295697, on cherchera ce nombre dans la table des Logarithmes, & l'on trouvera à costé le nombre naturel 5365 qui luy répond, & qui est le produit de la multiplication du nombre 145 par 37.

Exemple de la Division par les Logarithmes.

On veut diviser le nombre 8467 par 63, on prend les Logarithmes de ces deux nombres, à sçavoir 3. 9277296 pour le nombre à diviser 8467, &

ı en oſte le logarithme du diviſeur , qui eſt 1.7993405, le reſte ſera 1283891, qui ſera le logarithme du ıotient,& l'on trouvera que ce nom-e logarithmique répond dans la ta-e au nombre naturel 134, & à tres-u prés $\frac{4}{10}$; car on ne peut pas avoir ; fractions avec une grande ju-ſſe.

Ces deux operations dans de pe-s nombres ſont plus longues à ce ı'il me ſemble par le moyen des garithmes, que par les nombres turels à l'ordinaire: mais lorſqu'on ɔeſoin d'une diviſion ou d'une mul-ɔlication qui a beaucoup de chifres, ı a plutoſt fait de ſe ſervir des lo-rithmes, que des nombres naturels, mme il arrive dans la Trigonome-e, où l'on a l'avantage de trouver ıbord en nombres logarithmiques ux qui doivent ſervir dans les ope-tions, ce qui eſt fort commode & rt abregé, comme nous verrons dans ſuite.

Exemple de l'extraction de la racine quarrée & de la racine cubique par les Logarithmes.

Soit le nombre 9547 dont il faut tirer la racine quarrée. Ayant trouvé le logarithme de ce nombre proposé, qui est 3. 9798669, il en faut prendre la moitié 1. 9899334 $\frac{1}{2}$ qui est le logarithme de la racine que l'on cherche, on trouve que ce nombre logarithmique répond au nombre naturel 97 $\frac{71}{100}$ à peu prês.

Pour la racine cubique, il faut prendre le tiers du logarithme du nombre proposé, comme si l'on donnoit le nombre 9403, dont on voulût sçavoir la racine cubique, il faudroit premierement chercher son logarithme qui est 3. 9732664, dont le tiers est 1. 3244221 $\frac{1}{3}$, qui est le logarithme du nombre naturel 21 $\frac{1}{10}$ à peu prês pour la racine cubique que l'on demande.

La

La methode d'extraire les racines .r le moyen des logarithmes est rt commode, mais on ne peut pas :n servir dans de grands nombres, cause que les logarithmes dont on des tables supputées, ne vont tout ı plus que jusqu'au nombre natu-l 100000. & dans les petits livres dinaires ils ne vont que jusqu'à)000.

Pour l'usage de l'Arpentage on :ut dans les nombres logarithmi-ıes suprimer les deux derniers chi-es vers la droite, sans qu'on puis- faire d'erreur sensible.

Abregé des principales connoissances de la Geometrie.

A ligne droite est celle dont tou- tes les parties ne changent point : place lorsqu'on l'a fait mouvoir r ses extrémitez qui sont posées im-obiles.

La ligne circulaire est celle qui e-stant tracée sur une superficie droite, a tous ses points également éloignez d'un mesme point. Si ce point est sur la mesme superficie que la ligne circulaire, on l'appelle *le centre* de la figure qui est renfermée par la ligne circulaire; & cette figure s'appelle *un cercle.*

La ligne droite qui passe par le centre d'un cercle s'appelle *diametre* du cercle & elle le divise en deux également.

La corde d'un arc ou portion de cercle ou de la ligne circulaire, car on se sert souvent du mot de cercle au lieu de la ligne circulaire, est une ligne droite qui se terminant au cercle ne passe pas par le centre.

Vn Angle rectiligne est l'inclinaison de deux lignes droites, qui se rencontrent en un point qui en est le sommet, plus les lignes qui se rencontrent sont écartées l'une de l'autre, & plus l'Angle est grand. On mesure les angles par les arcs ou por-

ons d'un cercle, qui a pour cen-
e la rencontre des deux lignes qui
nt l'angle. La grandeur du cercle
change pas la grandeur de l'an-
e, car quoyque la portion d'un plus-
and cercle comprise entre les li-
ies qui font l'angle, soit plus gran-
que la portion d'un plus-petit cer-
e comprise entre les mesmes lignes,
s deux portions ou arcs sont pour-
nt de semblables arcs ou portions
: tous leurs cercles, comme si dans
n elle est la huitiéme partie de tout
cercle; dans l'autre elle sera auf-
la huitiéme partie de tout son cer-
e.

Lorsqu'une ligne droite tombe ou
ncontre une ligne droite & qu'elle
est pas plus inclinée d'un costé que
autre comme AC qui rencontre
BD au point
C, les angles
ACB, ACD
sont chacun é-
gaux entr'eux,
& sont appellez

Angles droits, & la ligne AC eſt appellée *Perpendiculaire* à la ligne BD, & reciproquement BC *Perpendiculaire* à AC.

Si la ligne EC, qui rencontre la ligne BD, n'eſt pas également inclinée des deux coſtez, elle ne fera pas les deux angles droits; mais celuy comme BCE qui eſt plus grand qu'un droit, eſt appellé *obtus*, & l'autre, qui parconſequent ſera moindre qu'un droit, ſera appellé *aigu*.

Triangle eſt une figure qui a trois coſtez ſeulement, & par conſequent elle aura auſſi trois angles, d'où vient le nom qu'elle porte.

Le triangle qui a trois angles ou les trois coſtez égaux s'appelle *Equilateral:* celuy qui n'a que deux coſtez égaux s'appelle *Iſoſcelle;* & celuy qui a les trois coſtez inegaux s'appelle *Scalene*.

Le triangle qui a un angle droit s'appelle *Rectangle*; celuy qui a un angle obtus s'appelle *Amblygone*; & celuy qui a les trois angles aigus s'appelle *Oxigone*.

Les Triangles Isoscelles ont les An-
ès égaux qui sont opposez à leurs
stez égaux.

Les trois angles de toute sorte de
iangle estant jonts ensemble font
valeur de deux angles droits.

Il s'ensuit de là qu'en tout trian-
ɜ rectangle les deux angles, qui
sont pas droits, sont ensemble é-
ux à un droit.

Il s'ensuit aussi qu'en tout triangle
A E C D
ABC l'un des
costez comme
BC estant pro-
longé en D,
l'angle exte-
rieur ACD est
;al aux deux interieurs opposez
BA, BAC du triangle, & joints en-
mble.

On appelle *lignes droites paralleles*
lles qui estant prolongées tant qu'on
udra d'un costé & d'autre ne se
ncontreront jamais.

Si une ligne droite BCD rencon-
ɜ deux lignes paralleles AB, EC;

elle fera avec ces paralleles les angles DCE, DBA egaux entre eux. Et si la ligne AC rencontre les mesmesmes paralleles elle fera les angles CAB, ACE egaux entre eux.

On appelle *parallelogramme* une figure de quatre costez, qui a ses costez opposez paralleles entre eux.

Le parallelogramme qui a les Angles droits s'appelle *parallelogramme rectangle*, ou simplement *rectangle;* si ce parallelogramme rectangle a les quatre costez égaux on l'appelle *quarré.*

Les parallelogrammes ont les costez & les angles opposez égaux entre eux.

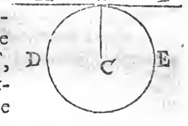
Les parallelogrammes & les triangles renfermez entre mesmes lignes paralleles AD, EH & qui ont leurs bases AB, CD égales sont égaux entr'eux, cõme

E F G H

A B C D

les deux parallelégrammes A B E F, CDGH, ABGH, ou bien les triangles A B E, C D G, A B G, ou bien E F B, G H D, G H B.

Le quarré qui a pour ſon coſté l'hypotenuſe d'un triangle rectangle, car le coſté qui eſt oppoſé à l'angle droit s'appelle vulgairement hypotenuſe, eſt égal aux quarrez pris enſemble qui ont pour coſtez les deux autres coſtez du triangle, leſquels coſtez ſont autour, ou comprennent l'angle droit.



Si une ligne droite ATB touche un cercle DTE au point T, c'eſt à dire, ſi cette ligne droite rencontre le cercle au point T, & qu'eſtant prolongée d'un coſté & d'autre du point T elle ſoit toûjours hors le cercle; la ligne droite CT menée du centre C du cercle au point touchant T ſera perpendiculaire ſur la touchante AB.

Dans un cercle l'angle ACB qui a son sommet au centre C est double de l'angle ADB qui a son sommet à la circonference, les deux angles estant appuyez sur le mesme arc AB du cercle, & n'estant pas opposez l'un à l'autre.

Il s'ensuit de là que tous les angles appuyez sur le mesme arc d'un cercle & qui ont leurs sommets dans la mesme portion du cercle comme sont les angles ADB, AEB, AFB sont egaux entre eux estans chacun la moitié de l'angle ACB, semblablement les angles AGB, AHB sont aussi egaux entre eux: Car dans un cercle si l'on forme une figure de

quatre angles qui soient à la circonference du cercle, comme la figure A D B G, les angles opposez pris ensemble valent deux droits.

Il s'ensuit aussi qu'au demy cercle l'angle est toûjours droit c'est à dire que le triangle, qui a pour l'un de ses costez le diametre du cerle, & qui à son angle opposé à ce costé dans la circonference du cercle, cet angle sera droit & le triangle sera rectangle.

Si deux lignes droites AF, BD se rencontrent au dedans ou au dehors du cercle au point I, les parallelogrames rectangles faits sous les costez égaux aux parties de chaque ligne comme l'un sous les costez AI, IF & l'autre sous les costez BI, ID sont égaux entr'eux.

Si d'un point I hors le cercle il part deux lignes droites, dont l'une IE le touche au point E, & l'autre IA le coupe aux points A & F; le parallelogramme rectangle fait sous les parties IA, IF sera égal au quar-

ré qui aura la ligne IE pour son costé.

On appelle *quantitez proportionnelles* celles qui ont une mesme raison, ou un mesme rapport, comme le rapport du nombre 2 au nombre 3 est le mesme que celuy du nombre 12 au nombre 18; car le nombre 3 contient le nombre 2 avec sa moitié; & semblablement le nombre 18 contient le nombre 12 avec sa moitié. On dit donc que le nombre 2 à mesme raison ou mesme rapport au nombre 3 que le nombre 12 au nombre 18.

Si quatre quantitez sont proportionnelles comme 3 à 4 & 9 à 12 dans cét ordre, elles le seront encore en changeant l'ordre en cette sorte en renversant comme 4 est à 3, ainsi 12 est à 9, ou bien en raison alterne com- 3 est à 9; ainsi 4 est à 12, ou bien en composant comme 3 plus 4 est à 4 ou à 3, ainsi 9 plus 12 est à 12 ou à 9, ou bien en divisant comme 4 moins 3 est à 4 ou à 3, ainsi 12 moins 9 est à 12 ou à 9.

Les raisons composées des mesmes

raiſons ſont ſemblables entr'elles, comme la raiſon de 10 à 30 qui ſera compoſée de la raiſon de 10 a 15 & de 15 à 30 ſera la même que celle de 2 à 6 qui eſt compoſée de la raiſon de 2 á 3 ſemblable à celle de 10 à 15, & de celle de 3 à 6 ſemblable à celle de 15 à 30· on l'appelle *raiſon égale.*

Les quantitez qui ont meſme raiſon à une meſme quantité, ou bien celles à qui une meſme quantité à meſme raiſon ſont égales entr'elles.

On appelle *raiſon double d'une meſme raiſon* celle qui eſt compoſée de deux fois la meſme raiſon, comme la raiſon de 3 à 27 eſt double de celle de 3 à 9; car comme 3 eſt à 9, ainſi 9 eſt à 27.

Le premier terme d'une raiſon s'appelle *l'antecedent*, & le ſecond *le conſequent*, ſi le conſequent d'une premiere raiſon eſt égal à l'antecedent de la ſeconde raiſon, la proportion eſt appellée *continuë* comme 3 eſt à 9, comme 9 eſt à 27, & le terme repeté 9 eſt appellé *moyen proportionnel*

entre les extrémes 3 & 27.

Figures semblables sont celles qui ont les angles égaux aux angles, & les costez opposez aux angles égaux en mesme raison.

La hauteur d'un triangle par rapport à l'un des costez se mesure par la perpendiculaire menée sur ce costé de l'angle opposé à ce costé que l'on considere comme sa base.

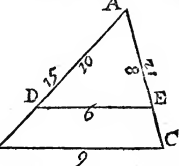
Les triangles qui ont leurs bases égales & leurs hauteurs differentes, sont entr'eux en la mesme raison que leurs hauteurs, ou bien ils ont leurs superficies en mesme raison que leurs hauteurs.

Et les parallelogrammes qui sont doubles des triangles seront aussi en mesme raison.

Les triangles qui ont leurs hauteurs égales & leurs bases inégales, seront entr'eux en mesme raison que leurs bases.

Si dans un triangle A B C on mene la ligne D E, parallele au costé BC, les segmens des costez du trian-

gle seront en en mesme raison entre eux, & avec les lignes BC & DE; à sçavoir BC est à DE comme AB est à AD, & comme AC est à AE.



D'où il est évidént que les triangles ABC, ADE sont des figures semblables, car ils ont leurs angles égaux, & les costez opposez à ces angles en mesme raison.

Mais les superficies des triangles semblables sont entr'elles en la raison doublée des costez de mesme raison, comme la superficie du triangle ABC sera à la superficie du triangle ADE, dans la raison doublée du costé BC au costé DE, ou des autres qui sont en mesme raison.

Si quatre lignes sont proportionnelles, à sçavoir comme AB de 15 pieds est à AD de 10 pieds, ainsi AC

de 12 pieds est à AE de 8 pieds, le rectangle fait de la premiere A B & de la derniere A E de ces quatre lignes, sera égal au rectangle fait des deux moyennes A D, A C; ou bien ce qui est la mesme chose le produit 120 des deux termes extrêmes 15 par 8, est égal au produit des deux termes moyens 10 par 12.

Il s'ensuit de là que les triangles seront égaux, qui ont un angle égal à un angle, & les costez qui contiennent cét angle en raison reciproque; c'est à dire que le costé d'un des triangles est au costé d'un autre, comme le costé restant de celuy cy au costé restant du premier. Car ces triangles seront les moitiez des parallelogrammes qui seront égaux aux rectangles égaux.

Dans le triangle rectangle si de l'angle droit on mene une ligne perpendiculaire sur son hypotenuse, qui est le costé opposé, cette ligne est moyenne proportionnelle entre les deux segmens de l'hypotenuse; c'est

à dire que l'un des ſegmens de l'hypotenuſe fait par la perpendiculaire ſera à la perpendiculaire en meſme raiſon, que cette meſme perpendiculaire ſera à l'autre ſegment de l'hypotenuſe.

De plus cette perpendiculaire diviſe le triangle rectangle en deux triangles ſemblables entr'eux & à tout le triangle.

Si dans un parallelogrãme ACBD on mene 2. lignes droites EG, HI, qui s'entrecoupent en F ſur la diagonale AB, ce parallelogramme eſt diviſé en quatre autres dont les deux AEFH, FIBG qui ſont autour du diametre, ſont ſemblables entr'eux & au total ACBD, les deux autres qu'on appelle *complemens* ſont égaux entr'eux.

Il n'y a point de commune meſure

entre le costé d'un quarré & sa diagonale; c'est à dire, qu'on ne sçauroit diviser le costé d'un quarré en quel nombre on voudra de parties égales entr'elles, dont un certain nombre puisse estre égal à la diagonale.

Les prismes sont des figures solides qui ont deux de leurs costez opposez paralleles, & de figures égales.

La pyramide est une figure qui est renfermée sous des triangles qui se joignent ensemble par un de leurs sommets, les costez opposez à ces sommets estans sur une mesme superficie plane ou surface droite.

La pyramide n'est que le tiers du prisme, qui a mesme base & mesme hauteur que le prisme.

Le Cylindre est une figure prismatique dont les costez opposez sont deux cercles paralleles & égaux; Son *Axe* est la ligne qui joint les centres, la superficie courbe de cette figure est formée par une ligne parallele à l'axe, qui se meut en touchant les deux cercles,

Le

Le Cone eſt une figure pyramidale qui a pour baſe un cercle, & qui au reſte eſt renfermé d'une ſuperficie courbe formée par le mouvement d'une ligne droite immobile par ſon extrémité, pendant que cette ligne parcourt la circonference du cercle. *L'Axe* d'un cone eſt la ligne menée depuis le point immobile de la ligne qui décrit la ſuperficie courbe, juſqu'au centre du cercle qui luy ſert de baſe.

Le Cone n'eſt que le tiers du Cylindre, qui a meſme baſe & meſme hauteur.

La Sphere eſt une figure ſolide compriſe ſous une ſeule ſuperficie, dont tous les points ſont également éloignez d'un meſme point, qui eſt au dedans de la figure, & qu'on appelle *le Centre.*

Si un plan coupe la Sphere la ſection ſur le plan eſt un cercle qui eſt d'autant plus grand que le plan eſt plus proche du centre, & le cercle qui eſt formé ſur un plan qui paſ-

ſe par le centre eſt le plus grand cercle de la Sphere.

La ſuperficie de la Sphere eſt égale à quatre fois la ſuperficie de ſon plus grand cercle, la ſolidité de la Sphere eſt égale à quatre fois celle du Cone droit qui a pour baſe le grand cercle de la Sphere, & pour ſon axe, ou ſa hauteur, le rayon de la Sphere, ou la ligne menée du centre à la ſuperficie.

Pratiques de Geometrie.

D'Un point donné P ſur une ligne droite A B, élever la ligne P D perpẽdiculaire à A B.

On prendra ſur A B des 2 coſtez du point P, les parties égales P A, P B; & des points A & B pour centres, & d'une meſme gran-

deur telle qu'on voudra pour demidiametre, on décrira deux arcs de cercle qui s'entrecouperont au point D; la ligne D P fera la perpendiculaire qu'on demande.

D'un point donné D fur une fuperficie plane, mener une ligne perpendiculaire D P fur la ligne A B donnée fur la mefme fuperficie.

Du point D pour centre on décrira un arc de cercle A B de quelle grandeur on voudra, pourveu qu'il rencontre en deux points A-B la ligne donnée; la partie A B de la ligne donnée eftant divifée en deux également en P, la ligne D P fera la perpendiculaire qu'on cherche,

Sur une ligne droite donnée D E faire l'angle E D F égal à l'angle donné B A C.

Du fommet de l'angle A pour centre, & de quel demidiame-

tre on voudra, comme A B, soit décrit l'arc B C compris dans l'angle donné; du point D pour centre & du mesme demidiametre A B soit décrit l'arc E F, que l'on fera égal à l'arc B C, en prenant leurs cordes égales, & l'on menera D F qui fera l'angle E D F égal à l'angle B A C.

Si l'on divise l'arc E F en deux également, la ligne D G divisera aussi l'angle C D F en deux également.

Par un point donné A mener la ligne droite A D parallele à la ligne B C menée sur le mesme plan.

A D B C

Du point A on tirera A B perpendiculaire sur BC; & de quelque point C de la ligne B C on élevera C D aussi perpendiculaire sur B C, & on la fera égale à B A; la ligne A D sera parallele à B C.

On connoistra la valeur des angles d'une figure de plusieurs costez, si ayant doublé le nombre des costez

on en oste quatre, le reste sera la valeur des angles de la figure égaux à des angles droits. Exemple, si la figure a 7 costez le double sera 14, dont ostant 4 reste 10 angles droits pour la valeur des angles de la figure de sept costez ou de sept angles, ce qui est la mesme chose.

En toutes figures qui ont un mesme nombre de costez, la somme de leurs angles est égale.

Un triangle ABC estãt donné, il faut faire le parallelogrãme ADFE égal à ce triangle, & qu'un des angles DAE du parallelogramme soit égal à un angle donné.

Au point A, soit fait l'angle BAE égal à l'angle donné ; le costé AB estant divisé en deux également en D, on menera DF parallele à AE, & par le point C on menera CFE

parallele à AB, ce qui formera le parallelogramme ADFE égal au triangle ABC.

Appliquer á une ligne droite donnée AH le parallelogramme AHKI égal au triangle donné ABC, & qui ait un de ses angles HAI égal à un angle donné.

Ayant trouvé comme cy-devant le parallelogramme ADFE égal au triangle donné ABC, lequel ait l'angle EAD égal à l'angle donné, on prolongera les lignes CE, DA, EA, FD vers G, H, I, L & l'on fera AH égale à la ligné donnée,& par le point H on menera GHK parallele à EA, qui rencontrera CE en G, par les points G & A ayant mené GA prolongée jusqu'en L sur FD; par le point L on menera enfin LIK parallele à AH,qui formera le parallelogramme AHKI dans les conditions requises.

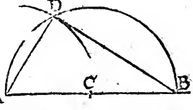
On peut par ce probleme faire un parallelogramme égal à quelque figure rectiligne que ce soit, lequel parallelogramme ait un costé égal à

une ligne donnée, & un angle égal à un angle donné. Car toute figure rectiligne se peut diviser en triangles; & tous ces triangles estans transformez en des parallelogrammes qui ayent un mesme costé donné, & un angle donné, ils pourront se joindre tous ensemble, & ne former qu'un seul parallelogramme égal à la figure donnée.

Faire un quarré sur une ligne droite donnée. On menera deux perpendiculaires sur les extremitez de la ligne donnée, cette ligne estant prolongée pour faire l'operation, & chacune de ces perpendiculaires estant faite égale à celle qui est donnée, on joindra leurs extremitez par une ligne droite qui formera le quarré.

Faire un quarré de deux quarrez donnez & faire un quarré de la difference de deux quarrez.

Ayant posé à angle droit les côtez DA DB des quarrez qu'õ veut joindre, on



menera la ligne AB qui sera le costé d'un quarré égal en superficie aux deux quarrez proposez.

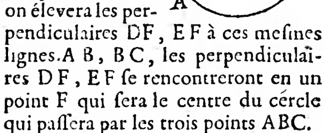
Et si du quarré dont le costé AB est donné on veut en oster un quarré dont le costé est AD, sur la ligne AB comme diametre on décrira le demi-cercle ADB, dont le centre sera le point C qui coupe en deux également la ligne AB. Et du point A pour centre on décrira un petit arc de cercle D, dont le demi-diametre soit égal au costé AD du quarré qu'on veut oster, lequel arc coupe le cercle ADB au point D; la ligne DB sera le costé d'un quarré égal à la difference des deux quarrez proposez.

Faire un quarré égal a une figure donnée.

La

La figure donnée ayant esté reduite au parallelogrãme rectangle ABCD, on prolongera le costé AB en E, & l'on fera BE égal à BD; ensuite on divisera AE en deux également en F, qui sera le centre du cercle AGE, lequel aura pour diametre AE; le costé DB du rectangle estant prolongé jusqu'au cercle en G, la ligne BG sera le costé du quarré égal au rectangle CB ou à la figure donnée.

Trois points ABC estant donnez, sur un plan, & qui ne soient pas en ligne droite, trouver le centre F d'un cercle qui passera par les trois points donnez.

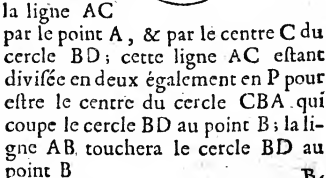


On menera les lignes AB, BC que l'on divisera chacune en deux également en D & en E, & par ces points D & E on élevera les perpendiculaires DF, EF à ces mesmes lignes. AB, BC, les perpendiculaires DF, EF se rencontreront en un point F qui sera le centre du cercle qui passera par les trois points ABC.

On voit de là qu'on peut trouver le centre d'un cercle donné. Car il n'y a qu'à poser trois points sur la circonference du cercle donné & chercher le centre du cercle qui doit passer par ces trois points; ce centre sera le mesme que celuy du cercle proposé.

On peut aussi par ce moyen achever un cerle dont on n'aura qu'une portion donnée.

D'un point donné A hors le cercle BD mener la ligne AB qui touche le cercle.



On menera la ligne AC par le point A, & par le centre C du cercle BD; cette ligne AC eſtant diviſée en deux également en P pour eſtre le centre du cercle CBA qui coupe le cercle BD au point B; la ligne AB touchera le cercle BD au point B

Dans un triangle ABC décrire un cercle DEF qui touche les trois coſtez du triangle.

On diviſera deux des angles du triangle, comme ACB, BAC en deux également par les lignes CG,

AG qui s'entrecouperont au point G lequel sera le centre du cercle, & son demy diametre sera la ligne GE menée du point G perpendiculairement sur l'un des costez CB.

Je ne parle point de la description Geometrique des figures regulieres dedans ou autour du cercle ; car pour la pratique on opere plus justemẽt en divisant avec le compas la circonferẽce du cercle dans un nombre de parties égal au costé de la figure que l'on demande, que par les Methodes Geometriques: puisqu'aussi bien il en faut revenir à cette pratique pour plusieurs polygones. J'avertiray seulement que le demi-diametre du cercle est égal à la corde de la sixieme partie du cercle, ce qui sert à former l'exagone.

On demande une quatriéme ligne A E proportionnelle à trois autres données AB,

A
15
10
8
D
E
6
B
C
9

AD, AC c'est à dire que comme AB est à AD, ainsi AC soit à AE.

On disposera les deux premieres AB, AD sur la mesme ligne droite l'extremité A estant commune à toutes deux; & l'on tirera AC dans quel angle on voudra avec AB, ayant aussi le point A commun avec les deux autres; ensuite on joindra BC, & par le point D on menera DE parallele à BC qui donnera AE que l'on cherche.

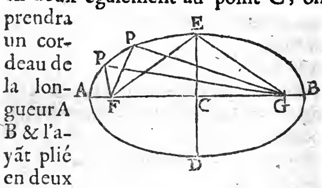
Si AB & AC estoient égales, on pourroit dire, a deux lignes données en trouver une troisiéme proportionnelle; quoy qu'en effet dans une proportion il y ait toûjours quatre lignes.

Entre deux lignes droites données AB, BE, en trouver une moyenne proportionnelle BG, c'est a dire que AB sera à BG, comme BG à BE.

On disposera les deux lignes données sur une mesme ligne droite AE ayant leur point B commun, & sur la ligne AE on décrira le demy cer-

cle A G E ; ensuite du point B on élevera BG perpẽdiculaire sur AE jusqu'au cercle en G & cette ligne BG sera celle que l'on cherche.

Pour décrire une *Ellipse* ou *Ovale* qu'on appelle ordinairement du jardinier, sur sa longueur AB & sa largeur DE donnée, qui s'entrecoupent en deux également au point C ; on prendra un cordeau de la longueur A B & l'ayãt plié en deux



également on tiendra le ply au point E pendant qu'on étendra les deux extremitez sur la ligne AB en F &

& en G où l'on placera deux piquets, aufquels on attachera les extremitez du cordeau ; enfuite on fera marcher une pointe P qui tiendra toûjours la corde bandée comme on voit en PF, PG & cette pointe P tracera l'ovale, qui paſſera par les points AEBD.

DE LA TRIGONOMETRIE *rectiligne.*

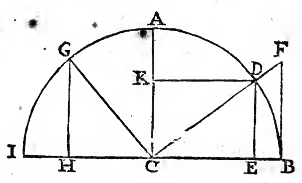
ON appelle en general *Trigonometrie* l'art de connoître ou de meſurer un triangle, trois de ſes parties étant connuës. Le triangle a ſix parties, à ſçavoir trois angles & trois côtez ; ſi l'on connoît donc trois de ces parties, les trois autres pourront eſtre connuës par la Trigonometrie, excepté ſeulement dans le cas où les trois angles ſont donnez ; car on ne peut connoître alors dans le triangle que la proportion des coſtez les uns aux autres, c'eſt à dire, que dans le triangle dont les angles

feront donnez, les trois coftez peuvent eftre 3, 4 & 5, ou bien 6, 8 & 10, ou bien 12, 16, 20, & ainfi à l'infiny, fans qu'on puiffe déterminer entre tous les triangles qui auront les coftez femblables, quel eft celuy que l'on cherche.

La Trigonometrie rectiligne confidere feulement les triangles rectilignes, c'eft à dire ceux qui font faits de lignes droites; & comme les triangles fpheriques qui font faits par les portions des grands cercles fur une fphere, ne fervent de rien dans l'Arpentage, nous n'en donnerons point de preceptes.

La refolution des triangles fe fait par le moyen des Sinus & des Tangentes des angles. On compare ces Sinus & ces Tangentes avec les coftez, & par le moyen de la Regle de de proportion on trouve les parties du triangle qu'on ne connoit pas. On a des tables des Sinus & des Tangentes en nombres naturels & logarithmiques, qui répondent à tous les arcs

de cercle dont la difference n'est que d'une minute.



On appelle dans un quart de cercle C A B le demi-diametre, comme C A ou C B, le rayon du cercle. L'angle B C D étant donné, si de son sommet C pour centre & pour rayon quelle grandeur on voudra, comme C B, on décrit un cercle B D A qui coupe les deux jambes de l'angle en B & en D; du point D ayant abaissé la perpendiculaire D E sur le rayon CB, cette perpendiculaire DE est appellée le *Sinus droit*, ou simplement le *Sinus* de l'angle B C D: ainsi le sinus de l'angle droit B C A est le rayon mesme, & le sinus d'un angle obtus B C G est la ligne G H, qui est

la perpendiculaire menée du point de rencontre G du cercle & de la jambe CG, sur l'autre jambe BC prolongée. Il est aisé de voir que le sinus GH de cét angle obtus BCG est le mesme que le sinus de l'angle ICG, qui est le supplément à deux droits de l'angle obtus BCG, & ainsi les seuls sinus du quart de cercle servent pour tous les angles aigus & obtus. Je ne parle point des angles plus grand que deux droits, puisqu'aussibien on ne les peut pas considerer comme des angles, & puisque dans ces rencontres on considere seulement leurs complémens à 4. droits, ou à tout le cercle.

Tout sinus droit est la moitié de la corde d'un angle double de celuy du sinus, ce qui est facile à voir.

La ligne EB comprise entre la rencontre du sinus droit DE & l'extrémité du rayon B s'appelle le *sinus verse* de cét angle BCD, lequel sinus verse est la difference entre le rayon & le sinus droit DK de l'angle DCA

complément à un droit de l'angle BCD à qui ſe raporte le ſinus verſe. Ce ſinus verſe ſervoit autrefois dans les operations de Trigonometrie, mais on a trouvé depuis d'autres regles où il n'eſt d'aucun uſage,

Si à l'extrémité B du rayon CB on éleve une perpendiculaire BF, qui rencôtre en F la jambe CD de l'angle BCD, cette ligne BF ainſi terminée s'appelle la *Tangente* de l'angle BCD. La Tangente de l'angle droit eſt une ligne infinie, comme on peut le connoître aiſement, la tangente eſtant parallele au coſté CA: mais la tangente d'un angle obtus eſt la meſme que la tangente d'un angle aigu, qui eſt le ſupplément à deux droits de l'angle obtus propoſé, comme nous nous avons dit des ſinus.

La ligne CF s'appelle *ſecante* de l'angle BCD; mais elle ne nous ſert pas dans nos pratiques de Trigonometrie.

Les angles ſe meſurent par les arcs des cercles compris entre les deux

jambes des angles, les cercles ayant leur centre au ſommet des angles. Ainſi l'arc B D eſt la meſure de l'angle B C D, l'arc D A eſt la meſure de l'angle D C A, & ainſi des autres.

La circonference du cercle ſe diviſe en 360 parties égales entr'elles, que l'on appelle *degrez*; & par conſequent la circonference du quart de cercle contient 90. degrez, & le demi cercle 180 degrez. Chaque degré ſe diviſe en 60 parties que l'on appelle *minutes*; & ſi l'on veut on peut diviſer encore chaque minute en 60. parties, que l'on appellera *ſecondes*; mais la diviſion du degré par minutes, & les tables des ſinus par minutes ſuffiſent pour la pratique de l'Arpentage.

En tout triangle rectiligne lorſque l'on a deux angles connus, le troiſiéme l'eſt auſſi; car ils ſont tous trois enſemble égaux à deux droits, ou à 180 degrez: c'eſt pourquoy ſi l'on oſte de 180 degrez la ſomme de deux angles connus, le reſte ſera la valeur du

troisiéme angle C'est pourquoy dans le triangle rectangle, lorsque l'on connoît un des angles aigus, on connoît aussi l'autre, en ostant seulement cét angle aigu de 90 degrez, car le droit est aussi égal à 90 degrez.

De la resolution des Triangles.

PREMIERE REGLE.

Pour tous les Triangles en general.

EN tout triangle A B C.

Le sinus d'un angle cõme ABC.

Est au côté opposé AC.

Comme le sinus de quelqu'autre angle BAC.

Est à son costé opposé B C.

Ou bien ce qui est la mesme chose.

Un costé A C.

Est au sinus de son angle opposé A B C.

Comme le costé BC.

Est au sinus de son angle opposé BAC.

On peut resoudre par cette regle plusieurs cas des triangles, pourveû que de quatre parties du triangle proposé, dont il y en a trois de connuës, & une que l'on cherche, il y ait deux angles opposez à deux costez.

EXEMPLE.

Soit dans le triangle ABC l'angle ABC donné de 85 degrez, & le costé AC opposé à cet angle, soit aussi donné de 345 toises; enfin soit donné l'angle BAC de 30 degrez, on demande le costé BC. Ayant disposé les termes de cette proportion dans l'ordre qui leur convient, comme on voit icy.

L'angle ABC donné 85 degrez.
Le costé AC donné 345 toises.
L'angle BAC donné 30. degrez.
Le costé demandé ou cherché BC.

Soit donc

le nombre logarith. de 345.	2.53782
le sinus logarith. de 30. deg.	9.69897
Somme des logarithmes des termes du milieu de la regle	12.23679
Sinus logarith. de 85 deg. à oster	9.99834
Reste logarithmique	2.23845.

qu'il faut chercher dans les logarithmes des nombres naturels, & l'on trouve qu'il répond au nombre naturel 173 & $\frac{3}{20}$ à peu prés; on aura donc pour le costé cherché 173 toises & $\frac{3}{20}$ de toise, qui valent à peu prés 10 pouces.

Autre Exemple.

Soit le costé A C donné de 3649 pieds, l'angle ABC de 78 degrez 27. minutes, le costé B C de 1830 pieds, & l'on cherche l'angle B A C opposé à ce dernier costé. Ayant donc disposé les termes de la proportion en cette sorte:

Le costé A C donné 3649. pieds.

L'angle A B C opposé à ce costé 78. degrez 27. m.

Le costé B C donné 1830 pieds.

L'angle cherché B A C.

On aura

le logarithme de 78. d. 27. m.	9.99111
le logarithme de 1830	3.26245
somme	13.25356
logarithme de 3649 à oster	3.56217
reste	9.69139

qui est le logarithme du sinus de l'angle cherché, à sçavoir 29 degrez 25 minutes $\frac{3}{4}$.

Remarque sur cette regle.

Si dans la question proposée de deux angles & d'un costé, il falloit trouver le costé opposé à l'angle qui n'est point donné, cette mesme regle ne laisseroit pas d'y servir; car l'angle qui n'est point donné, sera connu en ostant de 180 degrez la somme des deux angles donnez, comme nous avons déja remarqué cy-devant; c'est pourquoy on resoudra cette question par la regle precedente, en mettant l'angle qu'on aura trouvé pour le troisiéme

troisiéme terme de la proportion, & le costé cherché sera le quatriéme terme opposé à cét angle.

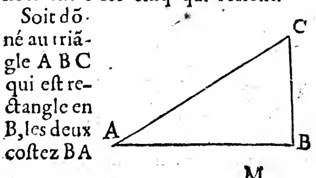
Il faut encore remarquer que lorsqu'il faut trouver un angle par cette regle, deux costez & un angle étant donnez, il faut sçavoir si l'angle que l'on cherche est aigu ou obtus, car l'angle trouué sera toujours aigu; & s'il doit estre obtus, ce sera le complement de l'aigu qu'on aura trouvé jusqu'à 180 degrez.

SECONDE REGLE.

Pour les Triangles rectangles.

L'Angle droit étant toûjours donné dans ce triangle, on ne parle que de deux autres parties données entre les cinq qui restent.

Soit dõné au triãgle A B C qui est rectangle en B, les deux costez B A



320 pieds, BC 250 pieds qui sont autour de l'angle droit, & l'on demande un des angles aigus comme BAC. Il faudra disposer les termes en cette sorte.

Le costé A B 320 donné, qui est joint à l'angle que l'on cherche.

Le costé BC 250 opposé à cet angle.

Le rayon ou sinus total.

La tangente de l'angle que l'on cherche.

Soit donc

le logarithme de 250.	2.39794
le logarith. du rayon est toujours	10.00000
somme des logarithmes	12.39794
logarith. de 320 pieds à oster	2.50515
reste	9.89279

qui est le logarithme de la tangente de l'angle cherché, qui répond à l'angle de 38 deg. o. m.

TROISIEME REGLE.

Pour les Triangles rectangles.

LEs deux costez autour de l'angle droit étant donnez comme

cy-devant, dont l'un soit AB de 567 pieds, & l'autre BC de 419 pieds; l'on demande le costé AC opposé à l'angle droit, lequel costé on appelle *hypotenuse* dans le triangle rectangle.

Pour resoudre cette question, il faut premierement par la regle precedente connoistre l'un des angles aigus comme BAC, que l'on trouvera de 36 deg. 28 min. & ensuite par la premiere regle on trouvera AC en disposant les termes en cette sorte.

Le sinus de l'angle BAC 36 deg. 28 min.

Le costé BC 419 pieds opposé à cet angle.

Le rayon ou sinus total ou de 90 degrez.

Le costé ou l'hypotenuse AC cherchée.

La regle étant faite on trouvera cette hypotenuse de 705 pieds à fort peu prés.

QUATRIEME REGLE.

Sur les Triangles rectangles.

ESTANT donné l'un des costez autour de l'angle droit, comme AB de 620 pieds, & l'hypotenuse AC de 837 pieds, on demande l'autre costé BC.

Premiere Methode.

Il faut d'abord chercher par la premiere regle l'angle ACB opposé au costé donné AB, en disposant les termes en cette sorte.

L'hypotenuse AC.
Le rayon ou sinus total.
Le costé AB.
L'angle ACB.

L'angle ACB étant connu de 47 deg. 47 m. on aura par consequent l'autre angle aigu BAC de 42 deg. 13 m. qui sera le complément à 90 degrez de l'angle ACB; & en se servant encore de la premiere regle, on trouvera le costé BC que l'on cherche de 562 pi. $\frac{4}{10}$

La position des termes de la pro-

portion se fera en cette sorte.

Le rayon ou le sinus de l'angle droit ABC.

L'hypotenuse AC.

Le sinus de l'angle BAC.

Le costé BC opposé à l'angle BAC.

Seconde Methode.

On peut faire cette regle par une seule operation, en joignant ensemble deux logarithmes, dont l'un est celuy de la somme de 1457 de l'hypotenuse AC 837, & du costé donné AB 620, & l'autre est celuy de la difference 217 de l'hypotenuse & du mesme costé AB; car la moitié de la somme de ces logarithmes est le logarithmes du costé cherché BC. Ainsi

le logarith. de 1457 pi. est	3.16346
le logarith. de 217 pi. est	2.33646
somme des logarithmes	5.49992
leur moitié	2.74996

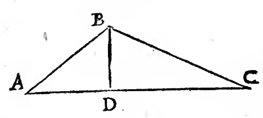
qui est le logarithme du nombre naturel 562 & prés de $\frac{4}{10}$, ce qui fera 562 pieds & un peu plus de 4 pou-

ces pour le costé cherché BC.

Les autres questions des triangles rectangles se peuvent resoudre par la premiere regle; où l'on doit remarquer que si l'on dōnoit l'hypotenuse & l'un des costez, & que l'on demandât l'angle opposé à l'autre costé inconnu, il faudroit premierement trouver l'autre angle aigu par la premiere regle, & prendre ensuite son complément à un droit ou à 90 degrez, qui seroit l'angle cherché.

CINQUIEME REGLE.

Pour les Triangles qui ne sont pas rectangles & qu'on appelle obliqu-angles.



DANS un triange obliqu-angle étant donné deux costez comme AB de 520 pieds, & BC de 735

pieds avec l'angle ABC de 117 degrez 45 minutes compris par ces mesmes costez, on demande les autres angles comme B A C.

On doit d'abord trouver la moitié de la difference des deux angles inconnus, en posant les termes en cette sorte.

La somme des costez connus AB, BC 1255 pieds.

La difference de ces mesmes costez 215 pieds.

La tangente de la moitié de la somme des angles inconnus: or les deux angles inconnus ensemble sont le supplément à 180 degrez de celuy qui est donné, à sçavoir 62 deg. 15 min. & la moitié de cette somme sera 31 degrez 7 min. $\frac{1}{2}$

La tangente de la moitié de la difference des mesmes angles.

Soit donc

le logar. du nombre naturel 215. 2. 33244
le log. de la tang. de 31 d. 7 m. $\frac{1}{2}$ 9. 78092

somme des logarithmes 12. 11336
logarithme de 1255 à oster 3. 09864

reste, qui est le logarithme de la 9. 01472
tangente de 5 degrez 54 min. 22. sec. pour la difference de la moitié des angles inconnus.

Enfin si l'on ajoûte cet angle à la moitié de la somme des inconnus, à sçavoir à 31 deg. 7 minute $\frac{1}{2}$, on aura le plus grand angle de ceux que l'on cherche, lequel sera de 37 deg. 1 m. 52 sec. qui doit estre opposé au plus grand costé des deux qui sont donnez dans le triangle; & cet angle sera B A C. Mais si la mesme difference trouvée est ostée de la moitié des angles inconnus, on aura le plus petit, à sçavoir BCA de 25 deg. 13 m. 8 sec. lequel est opposé au plus petit costé A B.

SIXIEME

SIXIEME REGLE.

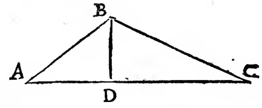
Des Triangles obliqu-angles.

DAns un Triangle obliqu-angle étant donné deux coſtez, & l'angle compris par ces coſtez comme dans la regle precedente ; trouver le troiſiéme coſté.

Il faut d'abord chercher quelqu'un des autres angles par la regle precedente, & enfin par la premiere regle on trouvera le coſté que l'on cherche.

SEPTIEME REGLE.

Des Triangles obliqu-angles.



DAns un Triangle obliqu-angle ABC étant donné les trois coſtez comme AC de 835 pieds,

AB de 437 pieds, & BC de 620 pieds, il faut trouver l'un des angles comme BAC.

On reduit d'abord ce triangle obliqu-angle à un triangle rectangle, comme ABD, par une perpendiculaire cõme BD que l'on imagine estre menée sur le plus grand costé des deux qui comprennent l'angle cherché, en sorte que l'angle cherché soit un des angles du triangle rectangle, & que trois de ses autres parties soient connuës. Pour cét effet on fera la regle de proportion comme il suit.

Comme le plus grand costé AC 835 pieds des deux qui enferment l'angle cherché BAC.

Est à la somme des deux autres costez 1057 pieds.

Ainsi la difference 183. pieds des deux mesmes costez.

A une quatriéme grandeur proportionnelle, aux trois autres données, que l'on trouvera de 231 pieds $\frac{6}{10}$.

On prendra ensuite la difference 603 pieds $\frac{4}{10}$ entre cette quatriéme pro-

portionnelle & le grand costé que l'on a pris d'abord. La moitié de cette difference qui est 301 pieds $\frac{7}{10}$, sera le costé AD du triangle rectangle A B D, dont l'hypotenuse est AB qui est le plus petit des deux costez qui renferment l'angle requis. C'est pourquoy par la premiere regle on trouvera l'angle opposé au costé donné; dont le complément à un droit ou à 90 degrez sera celuy que l'on cherche. On disposera les termes de cette regle en cette façon.

Le petit costé A B autour de l'angle cherché 437 pieds.

Le rayon ou sinus total.

La moitié de la difference trouvée 301 pieds $\frac{7}{10}$, qui est A D.

Le sinus de l'angle 43 deg. 39. min. 40 sec. qui est le complément à un droit de l'angle B A C que l'on cherche, à sçavoir 46 deg. 20. min. 20. sec.

Il faut remarquer que si la quatriéme grandeur proportionnelle que

l'on a trouvée cy-devant, eſt égale au grand coſté premierement pris, l'angle cherché ſera droit. Mais ſi cette quatriéme proportionnelle eſt plus grande que ce grand coſté, l'angle cherché ſera obtus, lequel angle obtus ſera le reſte que l'on trouve, en oſtant l'angle aigu qui eſt donné par la regle, de 180. degrez. Enfin ſi la quatriéme proportionnelle eſt plus petite que le grand coſté pris d'abord, l'angle cherché ſera aigu, qui eſt le meſme que l'on trouve par la regle.

HUITIEME REGLE.

Des triangles obliqu-angles.

SI les trois angles d'un triangle étoient donnez, il faudroit prendre les ſinus de ſes angles, qui pourroient ſervir pour les coſtez oppoſez aux angles de ce triangle obliqu'angle: car la forme ou l'eſpece du triangle ſeroit ſeulement donnée ſans qu'on pût déterminer la grandeur de ſes coſtez.

POUR LEVER LE PLAN *d'un Terrein proposé.*

AVANT que l'on puisse mesurer la superficie d'une Terre, il semble qu'il est a propos d'en connoître la figure, & d'en pouvoir lever le plan; c'est à dire qu'on puisse tracer sur du papier ou sur quelque superficie unie, une figure entierement semblable à la piece de terre que l'on doit mesurer. Cependant il n'est pas toujours necessaire de tracer cette figure avec toute l'exactitude possible, il suffit d'en connoître toutes les dimensions necessaires pour le pouvoir faire, & l'on pourra tirer de cette connoissance la grandeur de la superficie proposée. Par exemple si le terrein que l'on veut mesurer étoit un triangle rectiligne, il ne seroit pas necessaire de tracer ce triangle sur du papier pour connoître combien il

tient de toises en superficie. il suffiroit d'en avoir quelques dimensions qui pourroient servir à le tracer, comme la longueur de ses trois costez, deux angles & un costé, ou bien deux costez & un angle, & de ces quantitez données on en trouveroit la mesure que l'on cherche.

Mais l'Arpenteur n'a pas seulement besoin d'exactitude pour bien mesurer ce qui luy est proposé, il faut encore fort souvent qu'il fasse les plans des lieux qu'il doit mesurer ou qu'il a mesurez, & qu'il y ajoûte l'échelle sur laquelle les plans sont tracez, afin qu'on puisse connoître par la veuë de ces plans la disposition des lieux; lesquels plans sont aussi fort souvent produits en Justice aprés qu'il les a certifiez veritables. C'est pourquoy nous enseignerons la methode de lever des Plans de la maniere la plus simple qu'il sera possible, suivant les differentes dispositions des lieux qui seront proposez.

La premiere & la plus simple des

methodes dont on peut se servir pour lever le plan d'un terrein qui est renfermé par des lignes droites, c'est de le diviser en triangles par d'autres lignes droites qui passent par les angles de la figure proposée, comme on voit en cette figure A B C D E; qui represente une piece de terre dont on doit lever le plan; laquelle est renfermée par des lignes droites, & dans laquelle ayant mené les lignes droites CB, CE on divisera cette figure en 3 triangles, qui contiennēt toute la figure de la piece de terre proposée. Si l'on a donc la methode de lever le plan d'un triangle, on aura aussi celle de lever celuy de toute cette figure, & de toute autre piece de terre comprise de lignes droites, dans

laquelle on peut mener des lignes qui la divisent en triangles.

Mais avant que de lever le plan d'un triangle, il faut sçavoir tracer sur le terrein des lignes droites pour former les triangles. Pour cet effet on prepare plusieurs bâtõs droits de la grosseur d'un pouce, & longs d'environ trois à quatre pieds, comme sont à peu prés les échalas. On les appointe par l'un des bouts, & par l'autre on y fait une petite fente pour y pouvoir ficher une carte à joüer, ou un morceau de papier, comme on peut voir dans cette figure. Ces bastons se nomment en terme d'Arpentage, des *Iallons.*

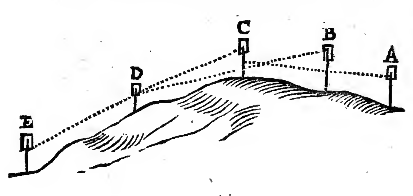
Si l'on veut tracer sur le terrein une ligne droite comme par les points B & C dans la figure precedente, & si l'on peut voir de l'un des points comme B l'autre point C; ayant fait planter 2 Jallons aux extrémitez B & C, & s'étant écarté de l'un de ces points d'environ 8 ou 10 toises, lorsqu'on se

ſera mis dans une telle poſition que l'on puiſſe voir d'un ſeul œil les cartes des deux Jallons l'une derriere l'autre, on fera planter autant de Jallons que l'on voudra entre les deux qui ſont aux extrémitez B & C, enſorte que les baſtons de tous ces Jallons ſoient cachez par le premier, c'eſt ce qu'on appelle *Bornoyer*. Les Jallons doivent eſtre plantez à 10 toiſes environ les uns des autres. Tous ces Jallons ſeront dans une meſme ligne droite qui paſſeroit par le premier & par le dernier. Il faut obſerver de planter les Jallons le plus à plomb qu'il ſera poſſible. La hauteur des Jallons remedie à l'inégalité du terrein, lorſqu'il n'eſt pas fort irregulier, & il ſuffit que quelque partie du baſton du Jallon ſoit cachée par ceux de devant; car il n'eſt pas poſſible de trouver un terrein aſſez uni pour mettre tous les Jallons à une meſme hauteur, pourveû qu'on ſoit aſſuré en bornoyant qu'ils ſont plantez dans une meſme ligne droite entre le pre-

mier & le dernier. On peut mesme éviter quelque petits fonds du terrein en plantant les Jallons au delà sur un lieu un peu plus élevé.

Si l'on vouloit tracer sur le terrein la ligne que nous avons seulement marquée par plusieurs points, il n'y auroit qu'à tendre un cordeau entre les Jallons de l'un à l'autre, & faire un sillon sur la terre immediatement au dessous de ce cordeau.

On pourra par cette mesme methode prolonger autant que l'on voudra un ligne droite sur un terrein, sans qu'il soit necessaire que de l'un des Jallons on voye tous les autres, il suffit que l'on en puisse voir trois tout ensemble. Comme les deux A & B



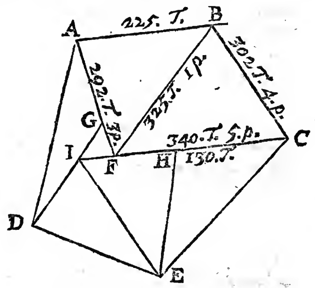
étant poſez, on en fera mettre un autre comme en C, en ſorte que l'on voye en bornoyant par les deux premiers A & B, que le troiſiéme C ſoit dans la meſme ligne droite. Maintenant ſi en bornoyant par les Jallons AB & C on n'en pouvoit pas voir un autre que l'on voudroit faire planter en un point comme E dans la meſme ligne droite des trois premiers ABC; il ſuffiroit en bornoyant par les deux derniers B & C d'en faire planter un dans quelque point D, qui fût couvert par les deux B & C; & enfin en bornoyant par les deux C & D, on feroit planter le Jallon en E. Tous ces Jallons ſeroient en ligne droite, c'eſt à dire que s'ils eſtoient élevez à plomb autant qu'il ſeroit neceſſaire pour voir le premier & le dernier tout enſemble, on verroit auſſi tous les autres ſous une meſme ligne droite. Car il faut remarquer que dans cette operation on n'a point d'égard à l'inégalité du terrein.

On pourroit par cette methode

planter des Jallons en ligne droite, avec deux qui ſeroient placez comme en A & en E, en telle ſorte que ſi l'on ne pût pas voir le Jallon E, l'œil étant placé vers A; ny par conſequent le Jallon, A, l'œil étant en E. Il faudroit d'abord planter deux Jallons comme en C & en D, les plus éloignez que l'on pourroit l'un de l'autre, mais pourtant en telle ſorte que du Jallon C on pût voir en bornoyant le Jallon E dans la ligne droite C D, & que du Jallon D on pût voir en bornoyant le Jallon A dans la meſme ligne droite D C; ce qui ne ſe peut faire qu'en tâtonnant, en plaçant les Jallons C & D en differentes poſitions.

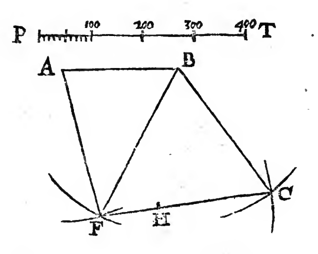
Ayant tracé une ligne droite dans une piece de terre, on meſurera cette ligne avec une toiſe; ou avec une chainette de fil de fer, ſur laquelle les pieds & les toiſes ſont marquées; & s'il n'y a que les toiſes de marquées ſur la chaine, on aura une toiſe en particulier diviſée en pieds & en pou-

ces, dont on mesurera le reste de la ligne proposée, que l'on ne peut pas mesurer avec la chaine.



Enfin de quelque maniere que ce soit, il faut tâcher de diviser la figure proposeé en triangles, il n'importe pas comme ils soient disposez, pourvû qu'ils remplissent toute la figure, comme on peut voir dans cet exemple; & il n'est pas possible de donner des regles pour ces divisions, à cause des differentes sujetions qui se rencontrent.

La piece de terre étant donc divisée en triangles, on mesurera tous leurs costez separément, & on les écrira exactement sur un broüillon que l'on fera par l'estime le plus semblable qu'il sera possible à la figure & aux divisions de la terre qu'on veut mesurer.



Pour mettre au net le broüillon que l'on aura fait, il faudra d'abord tirer sur le papier une ligne droite PT, qui sera divisée en parties égales, lesquelles representeront chacune tel nombre de toises qu'on voudra. Cet-

te ligne ainsi divisée s'appelle l'*échelle* du plan.

Ensuite on tracera la ligne droite A B, que l'on fera de la longueur de 225 toises de celles de l'échelle, & ayant pris sur cette mesme échelle une longueur de 325 toises 1 pied pour le costé BF du triangle ABF, on mettra une des pointes du compas au point B de la premiere ligne AB, & l'on d'écrira avec l'autre pointe une petite portion de cercle, comme on voit dans la figure. Ensuite on prendra sur la mesme échelle une longueur de 292 tois. 3 pi. pour le troisieme costé AF du triangle ABF; & ayant mis une des pointes du compas au point A, on décrira avec l'autre pointe une portion de cercle qui coupe au point F la portion premiement décrite. Le triangle BFA sera entierement semblable à celuy qui est compris sur le terrein, par les trois lignes droites AB, BF, AF. Il n'est pas necessaire sur le plan que l'on met au net, de tracer les lignes BF, AF,

puiſqu'elles ne ſont formées ſur le terrein que pour avoir la figure de toute la piece de terre propoſée. Si la piece de terre étoit un triangle, le plan en ſeroit fait par ce ſeul triangle.

Mais poſons que la figure propoſée ſur le terrein ſoit compriſe par pluſieurs triangles, comme nous avons fait d'abord; il faut donc joindre ſur noſtre plan au net le triangle BCF, qui ſoit ſemblable à celuy du terrein. Puiſque nous avons déja le coſté BF de la meſure qu'il faut, on prendra ſur l'échelle une grandeur de 302 toiſes 4 pieds pour le coſté BC, & ayant mis une des pointes du compas au point B ſur le plan, on décrira avec l'autre pointe une portion de cercle, & ayant pris auſſi ſur l'échelle une grandeur de 340 toiſes 5 pieds pour le coſté FC, on poſera une des pointes du compas au point F, & avec l'autre pointe on décrira une portion de cercle qui coupera la precedente au point C. Ainſi le

le triangle AFC sera sur le plan semblable à celuy du terrein.

On poursuivra cette operation en décrivant tous les autres triangles de la mesme maniere que nous avons décrit les deux precedens en observant toûjours qu'il faut que l'un des costez de celuy qui est déja décrit serve de base ou de costé à celuy qu'on veut décrire ensuite. Il arrive quelquefois qu'un des costez d'un triangle déja décrit ne peut pas servir tout entier au costé du triangle qui luy est joint, mais seulement une partie de ce costé, ou ce mesme costé prolongé, comme on voit dans l'exemple precedent, où le triangle CHE a bien son costé sur le costé CF du precedent triangle BFC; mais comme ce costé CH est plus petit que CF, & qu'il n'est que de 130 toises, on prendra 130 toises sur l'échelle que l'on portera en CH sur la ligne CF du plan que l'on met au net. Ensuite sur cette base CH on fera le triangle CHE de la mesme maniere qu'on

a fait les autres, & l'on achevera de mesme toute la figure.

Cette premiere methode suppose que l'on puisse diviser une terre proposée en triangles; mais comme il arrive souvent qu'il n'est pas possible de la diviser ainsi, à cause des empêchemens qui se rencontrent, comme s'il y avoit un bois au dedans, il faudroit se servir d'une autre methode qui est de connoistre quelques angles avec quelques costez dans la figure proposée.

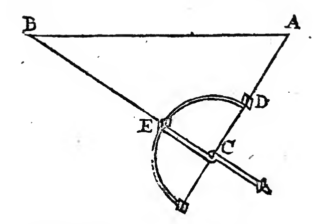
La plus commode des methodes que nous ayons pour connoistre l'ouverture ou la valeur d'un angle, c'est de le mesurer avec un cercle ou un demy-cercle divisé en degrez & en minutes. On peut faire ces demy-cercles de bois ou de leton, mais les meilleurs sont de leton, car le bois est trop sujet à se tourmenter par les differens changemens de l'air. Ces instrumens sont garnis d'une regle qu'on appelle *Alidade*, qui se tourne sur un clou ou pivot rond, dont le

centre eſt preciſément dans le centre du demy-cercle. Cette regle a vers les extremitez 2 petites pieces de cuivre élevées qu'on appelle *Pinnules*, & qui luy ſont fortement attachées. Ces pinnules ont deux petites fentes élevées perpendiculairement ſur le plan de l'inſtrument, & en telle ſorte que la ligne droite qui paſſe par ces deux petites fentes paſſe auſſi par le centre de l'inſtrument. Il y a deux autres pinnules attachées au corps de l'inſtrument vers les extremitez du demy-cercle, en ſorte que la ligne qui paſſe par les fentes de ces deux pinnules reponde exactement au diametre du demy-cercle, & qu'ainſi elle paſſe par le centre de l'inſtrument & par le commencement & l'extremité du demy-cercle. Ces deux pinnules doivent eſtre autant éloignées du centre du demy cercle, qu'il eſt neceſſaire pour laiſſer paſſer l'alidade entre deux. Les meilleurs de ces demy-cercles ſont diviſez pour l'ordinaire de ſix en ſix minutes, & *la ligne de foy* de l'ali-

dade eſt celle qui montre la grandeur de l'angle ſur la diviſion. Au deſſous de ces inſtrumens on applique une bouſſole pour pouvoir connoître en meſurant les angles, la poſition de chacune des lignes qui enferment l'angle, à l'égard de la ligne meridienne. On y attache auſſi un genoüil qui ſert à poſer cet inſtrument ſur un pied élevê d'une hauteur raiſonnable pour s'en ſérvir, donnant auſſi à meſme temps la commodité de le pouvoir tourner & élever comme on veut. Il y en a qui ont des lunettes d'approche au lieu de pinnules, ce qui donne une grande facilité pour obſerver. Cet inſtrument eſt fort commun, & comme on le trouve par tout chez les ouvriers, en le conſiderant avec un peut d'attention on en pourra avoir une connoiſſance plus parfaite que n'en pouroit donner une figure avec une longue deſcription. Paſſons à ſon uſage.

Lorſqu'on veut connoiſtre l'ouverture d'un angle qui eſt compris ſur

un terrein par deux lignes droites,



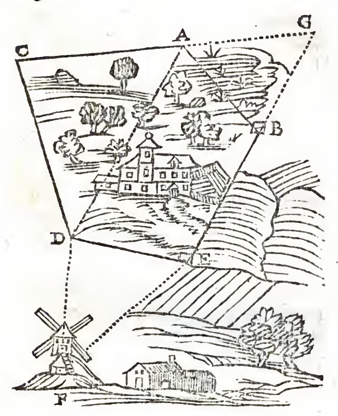
comme A C, B C, lesquelles venant des points A & B se rencontrent au sommet C de cet angle; on posera l'instrument sur son pied, & l'on fera en sorte que son centre réponde autant qu'il est possible au point C, qui est le sommet de l'angle que l'on veut connoistre. Ensuite on tourne le demy-cercle sur son genoüil tant qu'on puisse voir par ses pinnules immobiles une des extremitez connuë A de l'une des lignes qui comprennent l'angle, & l'instrument demeurant immobile dans cette position,

on tourne l'alidade tant qu'on puiſſe voir par ſes pinnules l'extremité B de l'autre ligne qui comprend l'angle qu'on doit meſurer. Alors le nombre des degrez & des minutes compriſes entre la ligne de foy de l'alidade, laquelle eſt en E juſqu'au commencement du demy-cercle en D, ſera la valeur de l'arc de cercle qui meſure l'angle A C B.

On pourra faire la meſme operation pour les autres angles B & A du triangle ABC; & ſi l'on a la commodité de meſurer ces trois angles, on doit trouver que leur ſomme ſera de 180 degrez, qui valent deux angles droits.

Mais quand on auroit les trois angles d'un triangle, on ne pourroit pas pour cela connoiſtre la grandeur des coſtez de ce triangle, on n'en auroit (comme nous avons dit dans la Trigonometrie) que la proportion de ſes coſtez; auſſi la connoiſſance de la grandeur des trois angles d'un triangle ne ſert que pour rectifier l'ob-

ſervation qu'on auroit faite de deux angles.



Soit donc un terrein propoſé comme A B C D E, dont le milieu eſt ſi fort occupé par des baſtimens & par des bois, que l'on ne peut en aucune maniere tracer des lignes au tra-

vers. Il faudra en cette occaſion placer le demy-cercle à l'un des angles de la figure comme en E, & connoiſtre par ſon moyen l'ouverture de l'angle BED, comme nous venons d'enſeigner; & ayant meſuré la longueur de deux coſtez EB, ED qui enferment cet angle, nous imaginant qu'il y a une ligne droite qui va du point D au point B, & qui forme le triangle BDE ſur le terrein, nous connoiſtrons dans ce triangle les deux coſtez EB, ED, & l'angle BED compris par ces coſtez; c'eſt pourquoy nous trouverons par la Trigonometrie la longueur du coſté BD de ce triangle, laquelle nous ne pouvons pas meſurer. Nous trouverons auſſi la grandeur des deux angles EBD, EDB, pour ſervir aux autres triangles que nous imaginons dans cette piece de terre.

Puiſque nous connoiſſons les trois coſtez du triangle BED, nous en pourrons faire le plan. Mais pour connoiſtre l'autre triangle comme ABD,

il faut voir ce qui en peut estre donné, tant par la mesure des costez que des angles. Premierement dans ce triangle ABD nous pourrons mesurer le costé AB, nous avons de plus la longueur du costé BD par la precedente operation; il faut donc que nous ayons encore une partie dans ce triangle, soit un angle ou un costé pour en pouvoir faire la figure ou le plan. Supposant que nous ne puissions pas mesurer le costé AD à cause des empéchemens qui se trouvent entre deux, il nous restera seulement à en connoître un des angles. Mais ayant mis l'instrument au point B ou au point A, nous ne pourrons pas observer la grandeur de l'angle ABD ou BAD, à cause que nous supposons que des points A & B on ne peut pas voir le point D; il faut donc chercher un autre moyen pour connoître un de ces angles comme ABD.

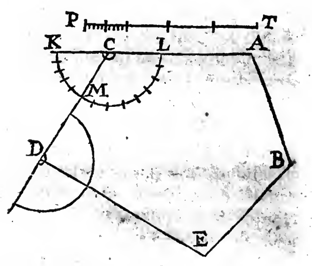
Si ayant mis le demy-cercle au point B on a observé la grandeur de l'angle EBA, on pourra connoître

par ſon moyen l'angle que l'on cherche ; car puiſque dans la premiere operation on a trouvé par le calcul de la Trigonometrie , la valeur de l'angle E B D, il eſt évident que ſi l'on oſte l'angle connu EBD de l'angle obſervé E B A il reſtera l'angle A B D que l'on cherche, & dont on a beſoin pour connoître le triangle BAD. Dans ce triangle A B D ayant donc connû les coſtez B A, B D & l'angle A B D qu'ils comprennent, on trouvera par la Trigonometrie l'autre coſté A D, & les angles B A D, B D A.

S'il n'y a plus qu'un triangle qui reſte comme le triangle A C D dans cette figure, il ſuffira de meſurer les deux coſtez C A, C D, car le troiſiéme ſera auſſi connu par l'operation precedente. Ainſi par cette methode nous connoîtrons les coſtez des triangles qui compoſent la piece de terre que l'on doit meſurer ; & nous en ferons le plan au net, comme nous avons enſeigné dans la premiere methode.

On pourroit encore faire ce plan par le moyen des costez seuls de la figure avec les angles qu'ils comprennent sans avoir besoin d'aucun calcul de Trigonometrie ; mais cette methode ne pourroit pas servir pour connoître la superficie d'un terrein proposé. Cependant comme elle peut avoir ses usages, nous en expliquerons la maniere.

Ayant disposé son échelle comme nous avons enseigné dans la precedente methode ; on tracera une li-



gne comme A C, qui represente l'un

des côtez A C de la figure proposée. Ensuite on aura un *Raporteur* LMK, qui est un demi cercle, de quelque matiere fort mince, comme de leton; carte ou corne bien dressée, au travers de laquelle on peut aussi voir, ce qui est commode dans quelques rencontres; ce rapporteur ayant sa circonference divisée en degrez & en parties de degrez autant petites que sa grandeur le pourra permettre, on appliquera son diamettre KCL sur la ligne AC que l'on a tracé sur le papier, en sorte que son centre qui est un peu vuidé puisse estre appliqué immediatement à l'extrémité de la ligne AC. Ensuite on prendra sur la circonference de ce raporteur un arc LM égal à l'angle ACD que l'on a observé sur le terrein, lequel est compris par les costez de la figure C A, C D, & l'on marquera sur le papier un point M qui touche le point M. Ayant osté le raporteur on menera la ligne C M prolongée jusqu'en D, en sorte que toute sa lon-

gueur C D ſoit égale en parties de l'échelle, au nombre des toiſes du coſté C D de la figure.

Enſuite on mettra le centre du raporteur au point D, & ſon diametre ſur la ligne C D, & par ſon moyen on fera l'angle C D E égal à l'angle obſervé ſur le terrein, & compris par les coſtez C D, D E ; & en pourſuivant ainſi on achevera la figure. Mais il arrive ſouvent dans cette maniere de tracer un plan, que la derniere ligne avec l'angle qu'elle doit faire avec la precedente, ne peut pas joindre la premiere, ce qui fait voir qu'il y a quelque erreur ou dans l'obſervation des angles compris par les coſtez de la figure, ou dans le raport que l'on a fait de ſes angles ſur le papier. On pourra connoître ſi les angles que l'on a obſervez ſur le terrein ſont juſtes, il n'y aura qu'à faire une ſomme des degrez que l'on a trouvez dans tous les angles de la figure, & cette ſomme doit eſtre égale à celle qui eſt faite de 180 degrez pris autant

de fois qu'il y a de costez à la figure, de laquelle somme on aura osté 360 degrez; comme dans la figure precedente, si l'angle ACD est de 120 degrez 25 minutes, l'angle CDE de 88 degrez 12 min. l'angle DEB de 104 deg. 29. min. & l'angle EBA de 116 deg. 30. min. l'angle BAC doit estre de 110 deg. 24. min. Car comme la figure a cinq costez, il faut multiplier 180 degrez par 5, & le produit sera 900. deg. dont il faut oster 360 deg. & parconsequent il restera 540 degrez pour la somme des cinq angles de la figure proposée. Cette regle sert pour toute sorte de figures regulieres & irregulieres, quand mesme il y auroit des angles rentrans.

Cette seconde methode de lever les Plans peut servir pour lever le plan d'un Etang dont la figure sera irreguliere : car on peut tracer sur les bords plusieurs lignes droites qui renfermeront l'étang; & quoiqu'on puisse voir de l'un des point comme A un autre point D, on ne peut pas pour-

tant mesûrer la ligne AD, c'est pourquoy il faudra dans ce cas se servir des angles des triangles ; on pourra seulement abreger les operations, car dans chaque triangle comme BED il ne sera pas necessaire de calculer les angles EBD, EDB pour avoir l'angle ABD & les autres, en les ostant de ceux que l'on aura observez, comme de ABE, puisqu'on pourra les observer immediatement.

S'il y avoit quelque empéchement qui ne permît pas de mesurer quelqu'un des costez de la figure, comme si le costé AB traversoit un marais, & qu'il fût absolument necessaire de connoître ce costé, il faudroit prendre quelque point comme G hors de la figure, en un endroit d'où l'on pût mesurer les lignes droites GB & GA, menées de ce point G aux extrémitez A & B de la ligne que l'on veut connoître ; car ayant de plus observé l'angle BGA, ou quelqu'un des autres de ce triangle ABG, on trouvera par le calcul trigonometrique la

longueur du costé A B dans le triangle A B G.

Cette pratique peut aussi servir à placer quelque point ou objet, comme le moulin F, tant au dedans qu'au dehors de la terre proposée. Car si l'on suppose qu'on a formé le triangle F D E avec un des costez D E de la figure, on aura la position de ce moulin sur le plan, soit qu'on puisse mesurer les trois costez du triangle FDE, soit qu'on n'en puisse mesurer qu'un ou deux avec les angles.

Je ne parle point de lever le plan d'une figure reguliere, comme d'un cercle ou d'un quarré ou quarré long; car pour le cercle il suffiroit d'avoir mesuré son diametre ou son demi-diametre, lequel serviroit à tracer la figure circulaire sur le papier. Pour le quarré qui doit avoir ses quatre costez égaux & les quatre angles droits, il faudroit seulement en mesurer un des costez; & enfin pour le quarré long qui a les quatre angles droits & les costez opposez égaux, il faudroit

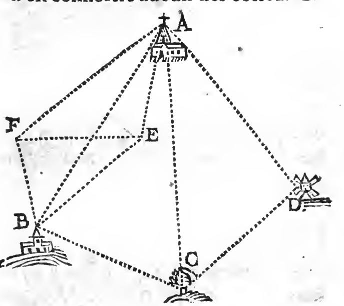
en meſurer les deux coſtez qui ſont inégaux. Mais comme il eſt tres-difficile de s'aſſûrer ſi une figure eſt reguliere, c'eſt à dire ſi elle a ſes angles & ſes coſtez égaux, il ſera toûjours plus ſeur d'operer par les triangles, comme nous avons enſeigné, puiſqu'il eſt impoſſible de faire aucune erreur ſenſible par cette methode.

Pour faire une carte ou un grand Plan.

SI l'on vouloit lever la carte d'une terre de grande étenduë, ou d'une grande Seigneurie qui contient pluſieurs lieuës, il faudroit toujours diviſer en pluſieurs triangles le pays dont on veut faire la carte, ou dont on veut lever le plan, en établiſſant des points connus dans le pays pour ſommet des angles des triangles, & il faudroit que ces points fuſſent choiſis en des lieux d'où l'on pût voir commodément deux autres points. Ces points doivent être des clochers, des moulins à vent; de gros arbres,

& autres choses apparentes dans la campagne.

L'on supposera qu'il y a des lignes comme A B, B C, A C, A D, C D, qui joignent les points qu'on a choisis, & qui forment les triangles comme sont A B C, A C D. On aura la disposition des lieux A B C D les uns à l'égard des autres, en connoissant seulement les angles des triangles que l'on a formez ou établis dans le pays, sans qu'il soit necessaire pour cela d'en connoître aucun des costez. Car



ayant obſervé dans chacun de ces triangles deux angles ſeulement avec le demi-cercle, ou tous les trois ſi l'on veut, ou pourra faire une carte exacte de ces lieux ſans connoître leurs diſtances.

Il faudra d'abord tracer une ligne *ab* de quelle grãdeur on voudra ſur le papier, laquelle ligne repreſente le coſté AB du triãgle ABC, & ayant fait au point *b* l'angle *abc* égal à l'angle ABC obſervé, & au point *a* l'angle *bac* égal à l'angle obſervé BAC, les 2 lignes *bc*, *ac* avec *ab* formeront le triangle *abc* ſemblable au triangle ABC. Enſuite ſur *ac* par le moyen des angles *cad*, *acd* égaux aux angles CAD, ACD, on fera le triangle *acd* ſemblable au triangle ACD. Ainſi les

points *a b c d* ſur le papier auront la meſme diſpoſition entr'eux que les points ABCD ſur le terrein. Si l'on peut obſerver trois angles dans chaque triangle, on ſera plus aſſeuré de l'obſervation des deux premiers dont on forme le triangle ſur le papier; car ils doivent eſtre tous trois enſemble égaux à 180 degrez.

Mais comme il n'y a point de carte où l'on ne mette une échelle pour pouvoir meſurer la diſtance que les lieux ont les uns à l'égard des autres, il faut faire l'operation ſuivante pour connoiſtre la longueur de quelqu'un des coſtez des triangles que l'on a formez, ſur lequel on dreſſera l'échelle.

On choiſira donc entre deux points tels qu'on voudra entre ceux que l'on a obſervez, comme A & B, un lieu qui ſoit le plus uni que l'on pourra trouver pour y meſurer une ligne droite comme FE, que nous appellons *baſe meſurée.* Cette baſe doit eſtre la plus longue qu'il ſera poſſible, pour

en pouvoir conclure plus juftement la mefure de la ligne AB que nous cherchons. On doit de plus repeter plufieurs fois la mefure de cette bafe FE pour eftre plus affûré de fa longueur. On élevera à fes extremitez F & E des jallons ou perches affez hautes, & avec quelqu'objet fort vifible aux extremitez pour eftre veû réciproquement de chacun de ces points, & mefme s'il eft poffible des points comme A & B qui en font les plus proches.

Enfuite on formera en idée les deux triangles FEA, FEB, dans lefquels on peut obferver fur la bafe FE les angles FEA, EFA, & FEB, BFE avec les troifiemes fi l'on peut, pour fervir de verification. Outre les trois angles que l'on connoiftra dans chaque triangle AFE, BFE, on fçaura auffi le cofté FE qui eft commun à ces deux triangles; c'eft pourquoy on trouvera par la Trigonometrie les autres coftez FA, EA, & FB, EB.

On confidere maintenant le trian-

gle AFB formé par les deux costez FA, FB que l'on vient de trouver, & par le costé AB dont on veut connoistre la longueur dans lequel outre les deux costez FA, FB qui y sont connus, on a encore l'angle AFB qu'ils comprennent, lequel est la somme dans cet exemple des angles observez EFA, EFB; c'est pourquoy on pourra trouver par la Trigonometrie le troisieme costé AB de ce triangle. On peût encore chercher ce mesme costé AB par le moyen du triangle AEB, dont on a aussi les deux costez EA, EB, & l'angle AEB qu'ils comprennent. Cette seconde operation peut servir pour trouver plus exactement la longueur de la ligne AB.

On divisera donc la ligne *a b* du plan que l'on a fait en autant de parties que l'on aura trouvé que la ligne A B contient de toises, & de ces parties qui representeront des toises sur le plan on en formera une échelle de 100 ou de 1000 toises plus ou moins

comme on le jugera à propos.

Si l'on avoit fait d'abord cette operation, on auroit pû trouver la mesure des costez des triangles pour les tracer sur le papier par la mesure ou par la longueur de leurs costez, ce qui est utile pour trouver la superficie de ces triangles: mais si l'on n'a pas besoin de connoistre cette superficie, on aura plustost fait de tracer les triangles par la connoissance de leurs angles, car il ne faudroit point de calcul de Trigonometrie dans cette operation.

Ayant ainsi trouvé la position des principaux lieux d'une grande carte, ou d'un grand plan, & si l'on veut avec les distances de ces lieux les uns à l'égard des autres, ce que nous appellons *le chassis* de cette carte, on trouvera la position des autres parties qui sont comprises dans ce chassis, par raport à la position & à la distance des lieux premierement trouvez comme ABCD, en liant ou joignant toûjours le point que l'on

cherche avec deux autres que l'on a déja trouvez. Par ce moyen l'on pourra faire la carte de tous les lieux qui sont compris dans une grande Seigneurie, ou mesme dans un grand pays, sur une échelle où les toises seront de quelle grandeur on voudra.

De l'usage de la Planchette.

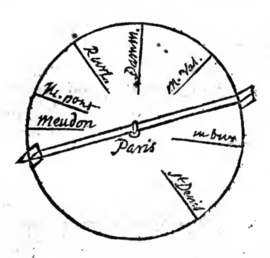
On se sert de la *Planchette* au lieu du demy-cercle pour observer les angles ; mais cet instrument donne la grandeur de l'angle tel qu'on l'a observé, sans qu'on puisse connoître aussi exactement qu'avec le demy cercle, le nombre des degrez & minutes qu'il comprend. Ces angles ainsi observez peuvent fort bien servir pour tracer le plan sur le papier, où il n'est pas necessaire d'une aussi grande justesse que pour trouver la superficie du terrein contenuë dans ce plan.

La Planchette consiste seulement en une planche de bois bien unie, ou une lame

lame de leton de figure circulaire, & d'un pied de diametre environ. Au centre de l'instrument il y a un petit cylindre élevé à plomb, qui est le pivot, autour duquel tourne une regle ou alidade comme aux demy-cercles, ayant à ses extremitez deux pinnules, ou-bien une petite lunette au lieu de pinnules. Cette regle doit avoir une ligne droite qui réponde exactement au centre du cylindre qui sert de pivot. On a plusieurs cartons de la grandeur de cette planche, qui sont percez dans le milieu; d'un trou égal au cylindre ou au pivot de l'instrument, en sorte que l'on peut enfiler un des cartons dans le pivot, & l'appliquer justement sur la planchette, & y mettre par dessus l'alidade. Ces cartons sont arrestez à la planchette par le moyen d'une petite pointe qui est vers le bord de la planchette, & qui entre un peu dans le carton

Pour observer avec cet instrument, on pose la planchette sur son pied par le moyen d'un genoüil comme aux

demy-cercles, ou ſur quelque choſe de ſtable, en ſorte qu'elle ne puiſſe

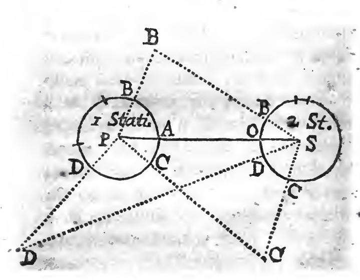


pas ſe remuer lorſqu'on fait tourner l'alidade. On mire enſuite par les pinnules ou par la lunette à quelque objet éloigné, & la regle demeurant ferme dans cette poſition on trace ſur le carton vers ſon extremité une ligne au long du coſté de la regle qui répond au centre de l'inſtrument, & l'on écrit ſur cette ligne le nom du lieu ou l'on a miré. On tourne aprés la regle vers un autre objet, & ayant tracé une ligne ſur le carton comme

on a fait la premiere, on y écrit aussi le nom du lieu où l'on a miré. Ayant ainsi pointé à tous les lieux que l'on peut découvrir du lieu où l'on est, on écrit vers le centre du carton le nom du lieu où l'on a fait l'observation. Les lieux où l'on fait des observations pour une carte s'appellent *des stations*. On a sur ce carton tous les angles de position des lieux où l'on a pointé les pinnules ou la lunette, par rapport au lieu où l'on a fait l'observation. Cette methode d'avoir des angles de position n'est pas sujette aux erreurs que l'on peut commettre en contant les degrez & les minutes du limbe du demy-cercle.

On change autant de cartons que l'on fait de stations differentes où l'on observe des angles. Ce carton sert de Rapporteur, en posant son centre sur le papier au point qui represente le lieu observé, & de plus il faut que le point comme A qui est sur le bord du carton où se termine la ligne PA,

que l'on a tracée lorſque l'alidade étoit pointée vers le lieu de la ſeconde ſtation S, ſoit dans la ligne PS que l'on a tirée à volonté ſur le papier pour repreſenter celle qui va de la premiere ſtation à la ſeconde. Le carton étant ainſi arreſté, on marque vers ſon extremité des points où ſe terminent toutes les lignes qui tendoient aux lieux où l'on pointoit l'alidade; enſuite ayant oſté le carton on trace des lignes occultes comme PB, PC, PD par le point P de la ſtation comme centre, & par les points



que l'on a marquez. On a un autre carton sur lequel sont les observations faites dans la seconde station en S, & dont on a déterminé la position sur le papier, & ayant mis le centre du carton à ce point S & le point O qui est sur son bord où se termine la ligne S O laquelle a esté tracée sur ce second carton lorsque l'alidade estoit pointée vers la premiere station en P, on marquera des points vers son extremité, & du centre S on tracera des lignes occultes comme SB, SC, SD prolongées s'il est besoin. Et comme l'on a marqué dans cette figure sur chaque carton les points BCD à la place du nom des lieux où l'on a pointé l'alidade dans les observations, le point B sera la position du lieu dont on a les angles de position A P B, O S B sur chaque carton & par rapport aux deux stations P & S. On aura de mesme la position des lieux C & D. Ces points BCD étant donnez sur le papier, ils peuvent servir pour d'autres stations

qu'on fera aux lieux qu'ils reprefentẽt.

On fait par ce moyen des cartes avec une grande facilité & avec beaucoup de juftesse.

S'il y avoit fur le bord de la planchette un limbe un peu élevé, qui fût auffi exactement divifé qu'aux demy cercles, cet inftrument marqueroit à mefme temps la valeur des angles que l'on traceroit fur le carton, & l'on pourroit les écrire entre les lignes des obfervations. Mais comme les degrez font écrits de fuite fur le limbe, il faudroit raporter toutes les obfervations des degrez à la premiere où l'on auroit placé le commencement de la divifion du demy-cercle; en forte que fi de deux obfervations on oftoit la plus petite de la plus grande, on auroit la valeur de l'angle entre les deux obfervations.

Je ne m'étendray pas davantage fur ce fujet; car il me femble que ceux qui aurõt un peu de genie pourront facilement fuppléer plufieurs chofes que je ne dis pas de peur d'eftre ennuyeux.



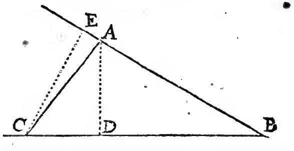
DE LA MESURE DES TERRES *ou des superficies.*

C'Est proprement à la mesure des terreins que convient le nom d'arpentage, comme nous avons dit d'abord; & comme c'est la partie la plus considerable de toute cette science pratique, puisque les erreurs qu'on y peut commettre sont toûjours accompagnées d'injustice, il faut prēdre toutes les précautions qu'il est possible pour la faire avec autant d'exactitude que la disposition des lieux le peut permettre.

Puisque nous avons proposé deux methodes pour lever les plans d'une terre, dont la premiere se peut pratiquer sans le secours d'aucun instrument, & la seconde employe des observations d'angles qui sont faites avec un demy-cercle ou avec la planchette; nous donnerons aussi deux

manieres differentes pour mesurer les terreins ou les superficies, dont la premiere ne dépend que de quelques operations faites sur le terrein sans aucune connoissance des angles, & la seconde se sert du calcul de la Trigonometrie avec la connoissance de quelques angles. On ne peut pas se servir toûjours de la premiere dans toutes sortes de rencontres; mais il n'y en a point où l'on ne puisse employer la seconde.

La plus simple de toutes les figures irregulieres qu'on puisse mesurer, c'est le triangle; c'est pourquoy sans nous arrester aux figures regulieres comme le cercle, le quarré, &c. dont nous dirons quelque chose vers la fin, nous commencerons par la mesure du triangle, puisqu'aussi-bien de la mesure du triangle dépend celle de toutes les figures, que l'on peut toûjours reduire à des triangles, comme nous avons montré dans la maniere de lever les plans.



On connoît la superficie d'un triãgle comme ABC, si l'on multiplie le nombre des toises ou pieds de l'un de ses costez comme CB, par la moitié de la ligne AD, qui est une perpendiculaire menée du sommet A de l'angle opposé au costé CB, sur ce mesme costé CB. Ce costé CB s'appelle *Base* du triangle à l'égard de sa perpendiculaire AD. De mesme le costé AB seroit une base à l'égard de sa perpendiculaire CE, quoyque cette perpendiculaire CE tombe sur le costé AB prolongé au delà du triangle. Il n'importe pas de quelle base on se serve pour mesurer un triangle, puisque l'on doit toûjours trouver la mesme mesure par les trois bases differentes qu'on peut prendre dans un

R

triangle; comme le produit de la base CB par la moitié de sa perpendiculaire AD doit estre égal au produit de la base AB par la moitié de sa perpendiculaire CE; & il doit estre aussi égal au produit de la base AC par la moitié de sa perpendiculaire. Je multiplie toute la base par la moitié de la perpendiculaire pour avoir la superficie du triangle; mais on peut aussi avoir cette mesme superficie en multipliant toute la perpendiculaire par la moitié de sa base : c'est pourquoy on peut faire la multiplication indifferemment par ces deux manieres.

EXEMPLE.

Si le costé CB du triangle CAB contient 438 pieds, & que sa perpendiculaire AD soit de 166 pieds; ayant pris la moitié de 166, qui est 83 pieds, & ayant multiplié 438 par 83, on aura pour la superficie du triangle 36354 pieds en superficie. On trouvera aussi le mesme produit si l'on

multiplie la moitié de 438, qui est 219 par 166.

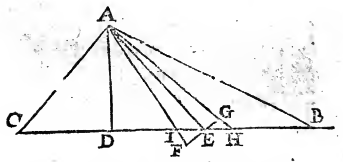
Si je trouve par la mesure que le costé AB de ce mesme triangle soit en longueur 312 pieds, & que sa perpendiculaire ait 233 pieds, il me sera plus commode de multiplier la moitié de 312 par 233, que tous les 312 par la moitié de 233, à cause que la moitié de 233 seroit 116 pieds $\frac{1}{2}$ ou 6 pouces, & que pour faire la multiplication il faudroit reduire les pieds des deux nombres en pouces. & le produit le reduire ensuite en pieds de superficie, ce qu'il ne faudroit pas faire en se servant de la moitié de 312 qui seroit le nombre entier 156. Ayant donc multiplié 233 par 156, le produit est 36348 pieds de superficie, qui est plus petit de 6 pieds que le premier produit. Cette difference doit venir de quelque partie de pouce, dont l'une des deux premieres mesures est trop grande, ou dont l'une des deux dernieres est trop petite;

mais 6 pieds de superficie de terre ne sont pas considerables mesme sur un arpent On ne sçauroit éviter ces sortes d'erreurs, car il n'est pas possible de mesurer à un pouce prês les costez des terres qui sont bornées pour l'ordinaire par des chemis fort irreguliers, par des ruisseaux, par des hayes, & autres choses semblables. Si l'on fait deux operations pour la mesure d'un triangle, on peut partager en deux la difference qu'on a trouvée, comme icy il faudra ajoûter 3 pieds au plus petit des deux produits, ce qui fera pour la superficie du triangle 36351 pieds en superficie.

Dans le Traité precedent pour lever les Plans nous avons enseigné de quelle maniere on peut diviser une terre en triangles, & connoître les costez de ces triangles ; il ne nous reste donc qu'à trouver une perpendiculaire menée sur le costé d'un triangle du sommet de l'angle qui luy est opposé, & c'est cette perpendiculaire que l'on peut connoître ou sans

calcul ou avec le calcul de la Trigonometrie, ce qui fait deux methodes differentes pour la mésure des terreins.

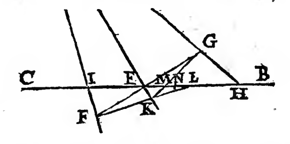
Si le terrein est débarassé de telle maniere, que l'on puisse y tracer des



lignes comme on voudra. Dans le triangle A B C ayant choisi le costé B C pour base, sur laquelle on veut mener la perpendiculaire AD de l'angle opposé A, on mesurera exactement la longueur du costé A C qui est le plus petit des deux AC, AB qui restent. Ayant ensuite marqué le point H sur la ligne CB, en sorte que l'on juge à peu prés que la distance du point H au point A est égale à la longueur C A, ce que l'on peut faire en

contant par les pas, on tracera la ligne droite AH sur le terrein, comme nous avons enseigné, & l'on y marquera la longueur AG égale à AC. Si le point G tombe au dedans du triangle, la ligne AH sera plus grande que AG; c'est pourquoy il faudra prendre sur la mesme ligne CB un autre point I plus proche de C que n'estoit le point H, & que la distance HI soit un peu plus grande que HG; ayant ensuite tracé la ligne AI, on marquera sur cette ligne AI prolongée autant qu'il le faudra, la grandeur AF égale à AC. Si le point F tomboit sur le point I, nous aurions fait ce que nous souhaittons à present: mais s'il est un peu au dessus ou au dessous on menera une ligne par les points G & F, & on la prolongera s'il est necessaire jusqu'à ce qu'elle coupe la ligne CB au point E. Je dis que la ligne AE sera à tres-peu prés égal à la ligne AC, & pour s'en assûrer on la mesurera; & si on la trouvoit trop petite ou trop grande, on

marquera la grandeur juste de AC



comme en K, & l'on tirera par les points F & K la ligne FK qui coupera la ligne CB en L, & l'on menera aussi la ligne GK qui coupera la mesme ligne CB en M. Ayant partagé ML en deux également en N, le point N peut estre pris assurément pour celuy que l'on cherche, duquel la ligne NA menée au point A est égale à AC.

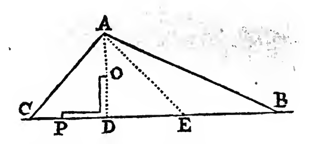
Si le point G sur AH que l'on a menée d'abord tomboit hors le triangle, il faudroit prendre le point I vers B, & non pas vers C comme nous avons fait; le reste de l'operation sera toûjours bon, soit que les points F, K tombent dedans ou dehors le triangle.

Toute cette operation a esté faite seulement pour trouver une ligne comme AN ou AE égale à AC. Soit donc AE égale à AC; ayant partagé CE en deux également en D, la ligne AD sera perpendiculaire à la ligne CB, laquelle perpendiculaire nous devions trouver. Ayant mesuré cette perpendiculaire AD & sa base CB, nous trouverons la superficie du triangle comme nous avons enseigné.

Si l'on cherchoit une perpendiculaire qui tombât hors du triangle sur la base prolongée, on fera la mesme operation que nous venons de faire, en remarquant seulement que la perpendiculaire est la plus courte de toutes les lignes qui puissent tomber d'un point sur une ligne proposée, & que les lignes qui sont les plus proches de cette perpendiculaire sont plus petites, que celles qui en sont plus éloignées, venant toutes d'un mesme point, & étant terminées à la mesme ligne droite. Je donne cet avertissement pour faire connoistre de

quel costé du point H on doit prendre le point I, selon que le point G tombe au dessus ou au dessous de la base.

Cette pratique pour trouver la perpendiculaire dans les triangles est commode, en ce qu'elle n'a point besoin d'aucun instrument pour observer des angles, & qu'elle est tres-juste. Mais comme dans de fort grands triangles il seroit difficile de juger où l'on doit prendre d'abord le point H, on pourra se servir de la pratique suivante.



Ayant mesuré les trois costez du triangle ABC, on déterminera lequel des trois on veut prendre pour en faire la base sur laquelle doit tomber la perpendiculaire ; Je suppose

d'abord que ce soit le plus grand coste BC. On multipliera la somme des deux costez AC, AB, qui comprennent l'angle d'où la perpendiculaire doit estre menée, par la difference des mesmes costez, & le produit de cette multiplication estant divisé par la valeur de la base BC, on aura un quotient BE, qu'il faudra oster de BC, le reste de BC estant divisé en deux également, on en mettra la moitié en CD sur CB du costé du petit costé AC la ligne AD sera la perpendiculaire menée du point A sur BC, laquelle AD il faudra mesurer.

Si le costé que l'on prendra pour base n'est pas le plus grand le quotient qui viendra de la division pourroit estre plus grand que la base qui sert de diviseur, auquel cas la perpendiculaire sur la base tombera hors le triangle; mais ayant pris la moitié de la difference, qui est entre le quotient & le diviseur, on la portera sur la base prolongée ce qui y donnera le

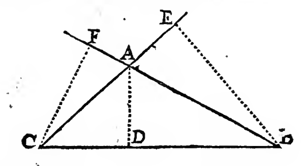
point ou la perpendiculaire doit tomber.

Je prefererois toûjours cette methode à la precedente lorsqu'on pourra mesurer commodément les costez du triangle.

Dans la methode precedente nous ne nous sommes servis que des costez du triangle sans y employer les angles, dans celle-cy il faut au moins en connoître un avec les deux costez du triangle qui enferment cet angle connu.

L'un des costez connus qui est autour de l'angle connû doit servir d'hypotenuse à un triangle rectangle, qu'il faut former pour trouver la perpendiculaire que l'on cherche & l'angle connu s'il est aigu, ou bien son supplément à deux droits s'il est obtus doit estre un des angles aigus de ce triangle rectangle.

Si l'on a donc dans le triangle ABC, l'angle aigu ABC avec les deux côtez AB, BC qui enferment cet angle, du sommet de l'un des deux au-



tres angles comme de A, il faut imaginer la perpendiculaire AD, qui tombe sur le costé connu BC & opposé à cet angle A, laquelle formera le triangle rectangle ABD dans lequel on connoît l'hypotenuse AB avec l'angle aigu ABD outre l'angle droit ADB; on connoistra donc par la Trigonometrie la valeur de cette perpendiculaire AD, & parconsequent le produit de la moitié de cette perpendiculaire AD par sa base BC, ou bien le produit de la moitié de la base BC par toute la perpendiculaire sera la superficie du triangle. Si l'on avoit mené la perpendiculaire CF sur la base BA, on auroit formé le triangle rectangle BCF, dont on auroit connu l'hypotenuse BC & l'angle ai-

gu C B F ; c'est pourquoy par la Trigonometrie on auroit eu la perpendiculaire C F sur la base A B connuë, & on auroit aussi trouvé par ce moyen la superficie du triangle.

Enfin si l'on avoit donné l'angle obtus C A B avec les deux costez qui l'enferment A C, A B, on auroit formé l'un des deux triangles A B E, ACF, dans chacun desquels on auroit connu l'hypotenuse A B ou AC, & l'angle aigu B A E ou C A F son égal, qui sont chacun le supplément à deux droits ou à 180 degrez de l'angle obtus C A B ; c'est pourquoy on auroit trouvé les perpendiculaires BE ou C F sur les bases A C, A B, & par consequent on auroit eu la valeur du triangle proposé ABC.

Si dans le triangle proposé A B C on ne donnoit pas un angle avec les deux costez qui l'enferment, il faudroit toujours y connoître trois parties, par le moyen desquelles on viendroit à la connoissance de celles dont on a besoin ; en se servant du calcul de la Trigonometrie.

Ayant donc mesuré separément tous les triangles qui composent la superficie d'un terrein proposé, la somme de tous ces triangles sera celle de la superficie proposée.

Si la figure proposée estoit quarrée, il suffiroit d'en mesurer un costé, car le produit de ce costé par luymesme seroit la mesure de la superficie du quarré.

Si la figure estoit un quarré long qui a les costez inégaux & les angles droits, il faudroit multiplier ces deux costez inégaux l'un par l'autre pour avoir la superficie de cette figure.

Si l'on vouloit sçavoir la superficie d'un cercle, il faudroit d'abord connoître la grandeur de son diametre, & ensuite faire une regle de trois, dont les deux premiers termes seroient toûjours 7 & 22, le troisiéme terme seroit le diametre du cercle proposé, & le quatriéme terme que l'on trouveroit par la regle seroit la circonference du cercle qui est proposé. Maintenant la quatriéme partie

de cette circonference estant multipliée par le diametre du cercle, ou bien la quatriéme partie du diametre estant multipliée par toute la circonference donneroit la superficie du cercle.

On pourroit aussi trouver cette superficie par une seule regle de trois, sans se mettre en peine de la circonference du cercle, en mettant toujours pour les deux premiers termes de la regle de trois 14 & 11 & pour le troisiéme terme le quarré du diametre donné, le quotient sera la superficie du cercle que l'on cherche.

Exemple.

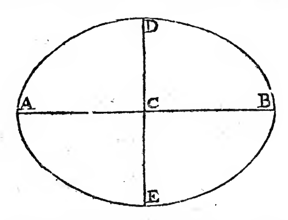
Le diametre d'un cercle estant donné de 133. pieds, on en prendra le quarré qui sera 17689, lequel sera le troisiéme terme de la regle de trois que l'on disposera en cette sorte.

14. 11. 17689.

Et l'on trouvera le quatriéme terme $13898\frac{1}{2}$ qui seront les pieds de superficie contenus dans le cercle dont

on a donné le diametre.

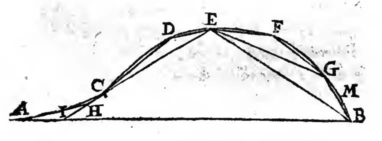
S'il falloit mesurer une ovale geometrique ou *Ellipse*, telle qu'est celle que l'on appelle l'*Ovale du Iardinier*, qui est formée par le moyen d'un cordeau plié & attaché en deux points par ses extrémitez, il faudroit mesurer ses deux diametres qui s'entre-



coupent à angles droits comme sont icy A B & D E, & ayant multiplié ces deux diametres l'un par l'autre; il faudra tirer la racine quarrée du produit. Si l'on suppose que cette racine quarrée soit le diametre d'un cercle, la superficie de ce cercle sera égale à la superficie de l'ovale proposée.

Dans

Dans les figures courbes irregulieres il faudra y former tant de triangles que le reste ne soit pas une partie considerable, comme on voit dans cette figure A C D E F G B qui est a tres peu prés égale à la somme des



triangles I E B, A I H, CDE, EGB, E F G, G M B.



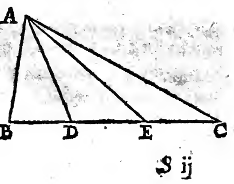
DE LA DIVISION *ou separation des Terres.*

LA Division des terreins est appelée *Geodesie*, qui est un nom tiré du Grec. Cette science est fort utile à un Arpenteur pour faire la division d'une terre qui contient des terres labourables, des prez & des bois. Il ne seroit pas difficile de faire cette division, aprés avoir arpenté ou mesuré toute la terre, si l'on souhaitoit seulement de connoître combien d'arpens, par exemple, doivent avoir chacun de ceux qui ont droit dans le partage ; mais il se trouve d'assez grandes difficultez dans les sujetions qui se rencontrent dans ces partages, comme s'il y avoit un puis en quelque endroit de la terre, & qu'il fallût que ce puis fût commun à chacun des des lots, afin que pour en avoir l'usage, on pût y aller sans sortir de son

heritage ; il faudroit en ce cas que toutes les divisions passassent par ce puis. Ces sortes de sujetions s'appellent *Servitudes*, lorsque dans un partage une des portions doit souffrir que les autres joüissent en commun de ce qui luy devroit estre particulier étant enfermé dans son lot. Il y a des rencontres où il est impossible d'éviter ces sortes de servitudes; mais aussi il y en a d'autres qui arrivent, ou par la negligence ou par l'ignorance de ceux qui font les partages.

De la Division du Triangle.

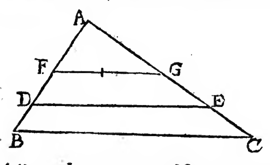
1°. Il sera toûjours tres-facile de diviser une piece de terre qui est d'une figure triangulaire, comme ABC, en autant de parties égales que l'on voudra, avec des lignes droites qui partent de l'un des angles.



Par exemple, il faut diviser le triangle A B C en trois parties égales par les deux lignes AD, AE qui partent du point A, qui est un des angles du triangle.

Ayant divisé le costé B C opposé à l'angle A où doivent aboutir toutes les divisions, en trois parties égales aux points D & E; il faudra mener les lignes A D, A E qui partageront le triangle proposé en trois autres triangles qui seront égaux en superficie. Cette operation sera facile à faire ayant mesuré la ligne B C, car il n'y aura qu'à diviser par trois le nombre des toises & pieds que contient cette longueur B C, & le quotient donnera la longueur de chaque portion B D, D E, E C qui doivent estre égales, quoy que le triangle soit fort irregulier.

2°. Mais s'il falloit diviser ce mesme triangle ABC en trois parties égales par des lignes paralleles à l'un des costez comme BC, on doit operer en cette sorte. Premierement ayant me-



suré l'un des autres costez, comme AB, lequel je suppose que l'on ait trouvé de 155. toises, on multipliera cette longueur par elle-mesme pour en faire un quarré, qui contiendra 24025 toises en superficie, on doit prendre le tiers de ce nombre quarré, à cause qu'il faut diviser le triangle en trois parties égales, & ce tiers sera 8008. toises $\frac{1}{3}$, dont il faut prendre la racine quarrée qui est 89 toises 2 pieds 11 pouces $\frac{245}{1073}$, & sur le costé AB que l'on a mesuré on prendra AF égale à cette racine quarrée, & l'on menera FG parallele à BC; le triangle AFG sera le tiers de tout le triangle ABC.

Semblablement ayant pris les deux

tiers du nombre quarré 24025, qui sont 16016 toises $\frac{2}{3}$, duquel ayant tiré la racine quarrée, que l'on trouvera de 126 toises 3 pieds 4 pouces $\frac{152}{1519}$, on portera la longueur de cette racine sur le costé AB que l'on a mesuré, depuis A jusqu'en D, & par le point D on tirera la ligne DE parallele à BC; & le triangle ADE sera égal aux deux tiers de tout le triangle ABC; la figure quadrilatere DBCE sera donc égale au tiers du mesme triangle ABC; & le quadrilatere FDEG sera aussi égal à un tiers du mesme triangle. Ainsi tout le triangle proposé a esté divisé en trois parties égales entr'elles par des lignes paralleles au costé BC.

S'il faut diviser le triangle en quatre, cinq, ou quel autre nombre on voudra de parties, on doit prendre les mesmes parties du quarré du costé AB que l'on a mesuré, & en tirer les racines quarrées pour les transporter sur le mesme costé, comme dans

l'exemple precedent; par exemple s'il falloit diviser le triangle en cinq parties, il faudroit prendre d'abord la cinquiéme partie du quarré de AB, & en extraire ou tirer la racine, ensuite les deux cinquiémes, & en tirer la racine, puis les trois cinquiémes, & en tirer la racine, & enfin les quatre cinquiémes, pour en avoir aussi la racine, & appliquer toutes ces racines sur AB depuis le point A, lesquelles donneroiēt differens points comme F, D de l'exemple precedent, par lesquels points on tireroit des paralleles au costé AB qui diviseroient le triangle en cinq parties égales.

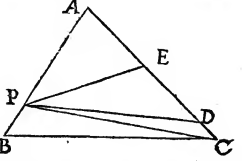
Pour mener sur le terrein une ligne droite parallele à une ligne donnée, la pratique est semblable à celle que l'on a donnée dans les pratiques de Geometrie, voicy comme elle se doit faire.

Si l'on veut mener sur la terre une ligne droite parallele à une ligne droite qui est tracée comme AB, laquelle parallele doit passer par un point

marqué P ſur le terrein, il faut d'abord abaiſſer du poĩt P une ligne perpendiculaire PA ſur la ligne AB, comme nous avons fait dans la meſure des terres. Enſuite par quelque point B pris à volonté ſur la ligne AB on élevera une perpendiculaire BC à la meſme ligne AB en ſe ſervant de l'équerre, dont l'une des branches eſt appliquée au long de la ligne AB, & l'autre marque la ligne perpendiculaire que l'on prolonge vers C en bornoyant. On marque ſur cette perpendiculaire BC la grandeur AP depuis B juſqu'en C, & par les points P & C on mene la ligne PC qui eſt parallele à AB.

3°. S'il faut diviſer le triangle ABC en trois parties égales par des lignes droites, qui partent d'un point comme P poſé ſur l'un des coſtez du triangle, comme AB; on doit premierement meſurer la ſuperficie du triangle

ABC



A B C par les regles que nous avons données cy-devant. Ensuite du point P ayant mené à l'angle opposé C la ligne droite PC, on mesurera séparément la grandeur du triangle PCB. Posons que tout le triangle ABC ait en superficie 3624 toises, & que le triangle PCB ait 1034 toises en superficie. Le tiers de tout le triangle ABC sera de 1208 toises en superficie; & par consequent la superficie du triangle PCB sera moindre que le tiers du triangle total de la quantité de 174 toises: c'est pourquoy il faut retrancher du triangle PAC, un triangle PDC qui contienne 174 toises en superficie, & le quadrilatere P D C B sera le tiers de tout le triangle ABC.

Pour former le triangle PCD, il faut oster du triangle total ABC le triangle PCB, & le reste qui est le triangle PAC, contiendra en superficie 2590 toises. Ayant mesuré le costé AC que je suppose qu'on ait trouvé de 108 toises de longueur, on fera la regle de trois, dont les termes seront dispose comme il suit.

Comme 2590 toises superficie du triangle PAC,

Sont à 174 toises superficie du triangle PCD que l'on cherche.

Ainsi 108 toises pour la longueur AC,

Seront à 7 toises 1 pied 6 pouces pour la longueur de la base CD du triangle PCD, qui doit contenir 174 toises en superficie.

Il ne reste donc plus que le triangle PAD qui contient les deux tiers de tout le triangle ABC, & qu'il faut diviser par consequent en deux parties égales par la ligne PE, qui doit partir du sommet P de ce triangle. Cette seconde operation se doit

faire par la premiere pratique de la division des triangles, en divisant en deux également au point E la base AD qui contient 100 toises 4 pieds 6 pouces, puisqu'elle est la difference entre 108 toises, & 7 toises 1 pied 6 pouces. Sa moitié AE ou DE sera donc de 50 toises 2 pieds 3 pouces; c'est pourquoy on mesurera sur la ligne AC la longueur AE de 50 toises 2 pieds 3 pouces, & l'on tirera la ligne PE qui achevera la division de tout le triangle ABC en trois parties égales entr'elles.

Mais si le triangle PCB étoit plus grand que le tiers du triangle total AB C, par exemple s'il contenoit 1425 toises en superficie, ce qui surpasseroit le tiers du total de la quantité de 217 toises, il faudroit

retrancher du triangle PBC un triangle P C F qui contint 217 toises en superficie, afin qu'il ne restât que le triangle PBF qui contint en superficie 1208, qui est le tiers du triangle total.

Pour trouver le costé CF du triangle PCF on se servira de la mesme methode dont on s'est servy dans la precedente operation, en posant les termes de la regle de trois comme il suit.

Comme toute la superficie du triangle PBC, qui est de 1425 toises,

Est à la superficie du triangle à oster PCF qui contient 217 toises en superficie:

Ainsi le costé BC que nous supposons avoir été trouvé par la mesure, long de 137 toises,

Est à 20 toises 5 pieds 2 pouces.

Ce quatriéme terme sera la longueur de la base CF du triangle PCF qui contiendra 217 toises en superficie; & par consequent le triangle restant PBF sera de 1208 toises qui est

le tiers de tout le triangle ABC proposé à diviser.

Maintenant comme le triangle PCF contient seulement 217 toises de superficie, il faudra retrancher du triangle PCA un triangle comme PCG qui contienne en superficie le surplus des 217 toises jusqu'au tiers de tout le triangle A B C, c'est à-dire jusqu'à 1208 toises, & ce surplus sera donc 991 toises pour la superficie du triangle PCG. Mais tout le triangle PCA contient en superficie 2199 toises, qui est la difference entre la superficie de tout le triangle A B C, à sçavoir 3624 toises, & celle du triangle PBC qui est 1425 toises.

Si l'on fait donc une regle de trois dont le premier terme soit 2199 toises qui est la superficie du triangle APC.

Le second terme soit 991 toises, qui est la superficie du triangle PCG.

Et le troisieme terme la grandeur du costé AC, que je suppose avoir esté trouvée par la mesure qu'on en a faite, de 108 toises.

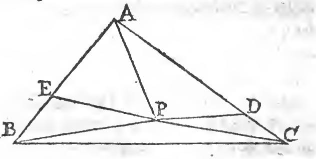
On trouvera le quatrieme terme de 48 toises 4 pieds 0 pouces $\frac{720}{2199}$, qui est la grandeur de la base CG du triangle PCG, dont la superficie sera de 991 toises, qui avec la superficie 217 toises du triangle PCF fait 1208 toises pour la superficie de la figure de quatre costez PFCG qui contient le tiers de la superficie du triangle proposé. Ainsi le triangle restant PGA contiendra aussi un tiers de ce mesme triangle, & tout le triangle aura été divisé en trois parties égales entre elles par les lignes PF, PG qui partent du point P.

Ces exemples doivent estre suffisans pour toutes sortes de divisions de triangles, lorsque e point par où doivent passer les lignes droites qui font les divisions, sont sur l'un de ses costez.

4°. Si le point P, par où doivent passer toutes les divisions, est au dedans du triangle ABC, il faudra mener d'abord la ligne PA à l'un des angles comme A si l'on veut, ou à

quelqu'autre point qu'on aura marqué sur l'un des costez, suivant que l'utilité ou la plus grande commodité de la division le demandera. Ensuite ayant mené la ligne PC à quelque angle comme C. du triangle ABC, on mesurera la superficie du triangle APC, & si ce triangle APC est plus petit ou plus grand que la partie qu'on veut avoir du triangle total, on luy ajoûtera ou bien on en ostera un autre triangle afin d'avoir une figure de terre égale à la partie proposée.

Par exemple, posons que tout le triangle ABC soit comme auparavant



de 3624 toises de superficie, & que le triangle APC soit de 1532 toises. Si l'on doit partager le triangle ABC

en trois parties égales, chaque tiers doit avoir 1208 toises de superficie: mais le triangle APC ayant 1532 toises, il est évident qu'il est plus grand que le tiers du triangle total ABC de 324 toises; c'est pourquoy il en faudra oster le petit triangle PCD qui ait en superficie 324 toises, ce qui est facile à faire en se servant de la methode precedente par une regle de trois, dont le premier terme soit la superficie du triangle APC 1532 toises.

Le second, celle du triangle PDC 324 toises.

Le troisiéme sera le costé AC que nous supposons estre connu, de 108 toises, & l'on trouvera le quatriéme terme de 22 toises 5 pieds, qui sera la base CD du triangle PCD, qui doit contenir en superficie 324 toises, & le triangle restant APD en contiendra par consequent 1208 qui est le tiers du triangle total.

Pour achever la division, on menera la ligne PB au dernier angle B,

& si la valeur du triangle PBC n'estoit que de 655 toises de superficie, laquelle estant jointe à celle du triangle PCD de 324 toises fait 979 toises qui ne valent pas le tiers du triangle total ABC, car il s'en manque 229 toises comme il est facile à voir. Il faudra donc retrancher encore du triangle restant PBA, le petit triangle PBE, qui devra contenir en superficie 229 toises, ce qui se fera comme dans les precedentes operations par le moyen d'une regle de trois, dont le premier terme doit estre le triangle PBA qui contient en superficie 1437 toises suivant la valeur que nous avons donnée à chacun des deux autres triangles PAC, PCB.

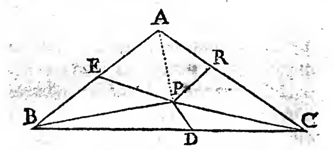
Le second terme de cette regle doit estre la superficie du triangle PBE 229 toises.

Et le troisieme terme sera la ligne ou le costé AB que nous supposons avoir esté trouvé par la mesure de 88 toises de longueur.

Nous aurons donc pour le quatri-

éme terme de la regle 14 toises 1 pouce $\frac{2}{3}$, ce qui sera la longueur de la base BE du triangle PBE ; & par consequent le triangle restant PAE sera de 1208 toises, qui est aussi le tiers du triangle total.

Si l'on ne vouloit pas commencer la division par une ligne comme PA qui allât du poinr P à l'un des angles comme A, on pourra mener cette premiere ligne comme PR, à quel point R on voudra des costez, & commencer la division par cette ligne PR. Car ayant mené la ligne PC à l'un des angles comme C, on cher-

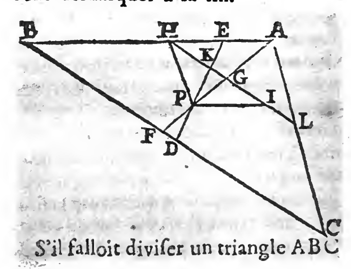


chera la superficie du triangle PRC, & si cette superficie est plus petite que le tiers de tout le triangle ABC, (car je suppose toûjours qu'il faut

diviser le triangle en trois parties égales,) on cherchera comme dans les exemples precedens, la base CD du triangle CPD, dont la superficie ne doit faire avec celle du triangle PCR, que le tiers du triangle total; & si par hazard tout le triangle PBC, dont on doit se servir pour trouver le triangle PCD, estant joint avec le triangle PCR n'estoit pas encore égal au tiers du triangle total, il faudroit retrancher de l'autre triangle PBA un triangle PBE, qui avec les deux autres PBC, PCR ne contint que le tiers du total. Il seroit facile de connoistre la superficie de ce triangle PBE, puisqu'elle doit estre la difference entre le tiers du triangle total, & la somme des deux triangles PBC, PCR. Mais si le triangle PCR estoit plus grand que le tiers du triangle total, on retranchera de ce triangle PCR un triangle qui soit égal à l'excês, par la methode precedente, ayant mesuré la base RC. On trouvera le reste des divisions

comme on a fait dans les autres cas, ce qui ne merite pas d'eſtre expliqué plus au long.

Il faudroit ajoûter icy la maniere de diviſer les triangles par des lignes droites qui paſſaſſent par un point donné hors des triangles ; mais comme il n'y a pas de telles ſujetions dans la pratique de l'arpentage, il me ſemble qu'il ſeroit aſſez inutile de s'étendre fort au long ſur ce ſujet, il ſuffit ſeulement d'avertir que la pratique de ce cas eſt compriſe dans l'operation ſuivante, ce que nous ferons remarquer à la fin.



S'il falloit diviſer un triangle ABC

en deux parties égales, comme BED, AEDC, avec une ſeule ligne droite EPD qui paſſât par un point P donné au dedans du triangle. Ayant mené de l'un des angles comme A une ligne droite APF par le point P, on meſurera par les methodes enſeignées cy-devant les 2 triangles BAF, CAF, qui contiennent enſemble tout le triangle propoſé ABC ; & ſi le triangle ABF eſt plus grand que l'autre, il ſera auſſi plus grand que la moitié de tout le triangle ABC, d'une quantité égale à la moitié de la difference entre les deux triangles ABF, ACF. Ayant pris ſur AF la partie PG égale à PF, par le point G dans le plus grand triangle on menera la ligne GH parallele à BC, & par le point P on tirera la ligne PI parallele à AB, rencontrant au point I la ligne GH prolongée s'il eſt neceſſaire.

Si nous ſuppoſons que toute la ſuperficie du triangle ABC ſoit de 3036 toiſes, & que le triangle ABF ſoit

de 1825 toises; il est évident que le triangle AFC sera de 1211; donc la superficie du triangle ABF surpasse celle de la moitié du triangle total ABC de 307 toises : c'est pourquoy il faudra que la ligne DPE retranche du triangle ABF un triangle APE qui soit plus grand que le triangle PDF qu'elle luy ajoute, d'une superficie égale à 307 toises, & cette superficie doit estre le quadrilatere AGKE; car par la construction, les deux triangles PGK, PFD sont égaux, à cause qu'il sont semblables, & qu'ils ont un costé PG égal à un costé PF. Toute l'operation doit donc se réduire à mener du point P la ligne PKE qui retranche du triangle HGA un quadrilatere AGKE égal à la superficie donnée 307 toises, ou bien au triangle HKE égal au triangle HGA moins 307 toises; & si le triangle AGH est supposé de 525 toises, le triangle HEK qu'il faut retrancher sera de 218 toises.

Sur le costé GH ayant mené une perpendiculaire du point P, laquelle

ayant esté mesurée se trouve de 10 toises; on divisera les 218 toises, par la moitié de 10 toises qui sont 5 toises, & l'on trouvera le quotient de 43 toises 3 pieds 7 pouces $\frac{1}{5}$

Mais ayant mesuré la ligne HI que je suppose de 125 toises, on multipliera 125 toises 5 pieds 5 pouces, qui est la somme de 125 toises, & du quart de 43 toises 3 pieds 7 pouces $\frac{1}{5}$ à tres-peu prês, par les mesmes 43 toises 3 pieds 7 pouces en negligeant le cinquiéme, ce qui produira 5924 toises 35 pieds 59 pouces, ou bien 30715115 pouces, & tirant la racine quarrée de ce produit, on aura 5542 pouces, ou bien 76 toises 5 pieds 10 pouces, dont il faut oster la moitié des 43 toises 3 pieds 7 pouces cy-devant trouvées, & il restera 55 toises 1 pied 1 pouce, que l'on mesurera sur HG en HK depuis le point H. Enfin la ligne droite DPKE qui passera par les deux points P & K divisera le triangle proposé en deux parties égales entre elles.

Consequence.

Il est facile à voir que cette mesme methode sert à diviser un triangle par exemple en deux parties égales avec une ligne droite menée par un point donné hors le triangle ; car il n'y aura qu'à se servir de la mesme operation en supposant dans la figure precedente que le triangle donné est A H L, & P le point donné dehors, il faudra trouver le point K par où l'on doit mener la ligne PKE qui retranche du triangle total AHL le triangle EHK égal à la moitié de tout le triangle, ou à quelle autre partie on voudra, dont on connoistra la superficie si celle du triangle total AHL est donnée.

Voicy ce que l'on peut dire sur la division des triangles par des points donnez de sujetion, il faut voir maintenant comment on doit appliquer ces mesmes regles aux figures rectilignes de plus de trois costez.

Division

Division des figures de cinq costez.

1° SI la figure rectiligne ABCDE comprise de cinq costez doit estre divisée en trois parties égales entre elles par des lignes droites menées de l'un des angles comme A.

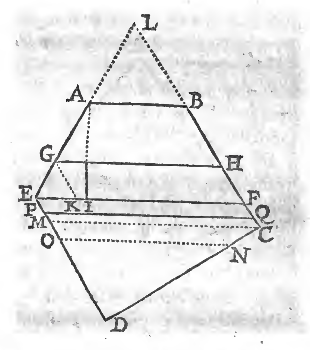
Il faut premierement mener de cet angle A une ligne droite à l'un des autres angles comme C, en sorte que cette ligne AC fasse le triangle ABC avec deux des costez de la figure. Ensuite ayant mesuré la superficie de ce triangle ABC, on la trouvera ou égale, ou plus grande, ou plus petite que le tiers de la figure totale. Si elle est égale,

nous aurons déja une des divisions faite par la ligne AC. Mais si elle est plus grande comme dans cet exemple, on en retranchera un triangle ACF, qui sera égal à la difference du tiers de toute la figure & du triangle ABC, ce qui se fera par la regle que nous avons donnée dans le troisiéme article de la division des triangles. Enfin si le triangle A B C est plus petit que le tiers de toute la figure, en ayant trouvé la difference, il la faudra retrancher du triangle ACD par un triangle formé par la ligne AC, & par une autre ligne menée du point A avec une partie du costé CD, en sorte que ce triangle retranché puisse estre joint au triangle ABC, ce qui se fera aussi par la mesme regle que nous venons de citer.

On divisera par la mesme methode le reste de la figure en deux parties égales par la ligne droite A G, qui retranchera du triangle A C D le triangle ACG, qui estant joint au

au triangle AFC fait le tiers de toute la figure. Ainsi la figure de cinq côtez sera divisée en trois parties égales.

On se servira de la mesme methode pour tout autre nombre de divisions.



2°. Soit la figure ABCDE de cinq costez, laquelle il faut diviser en trois parties égales entr'elles, par des lignes paralleles au costé AB.

Ayant mené la ligne EF parallele à AB par l'angle E le plus proche de AB, on mesurera par les pratiques precedentes, la superficie du quadrilatere ABEF, que je suppose estre de 235 toises, & celle de toute la figure proposée de 504 toises, dont le tiers sera de 168 toises, d'où l'on voit que le quadrilatere ABEF est plus grand que le tiers de toute la figure de 67 toises, & par consequent que la ligne comme GH, qui doit retrancher un quadrilatere ABGH égal au tiers de la figure proposée, doit estre plus proche de AB que n'est EF. Mais pour trouver sur le costé AE le point G par lequel on doit mener GH parallele à AB, il faut premierement mesurer les grandeurs de AB, que je suppose de 27 toises, & de EF, que je suppose de 45 toises. Ensuite du point A ayant mené la perpendiculaire AI à la ligne AB, ou à EF qui sont paralleles, jusqu'à la ligne EF en I, on doit aussi mesurer AI, que je suppose de 21 toises. Et enfin on

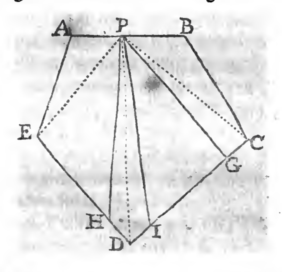
divisera le tiers de toute la figure qui est 168 toises par AI qui est 21 toises, & l'on aura le quotient de 8 toises. Ce qui estant fait on doit prendre le quarré de AB, qui sera 729 toises, auquel quarré on ajoûtera deux fois le produit qui se fera par le quotient trouvé 8 toises & par la difference entre AB & EF, laquelle est 18 toises. Ce produit sera donc 144, & le double 288, & la somme que l'on cherche sera 1017 toises, de laquelle somme on doit tirer la racine quarrée que l'on trouvera de 31 toises 5 pieds 4 pouces. Ayant donc mesuré sur EF la longueur FK de 31 toises 5 pieds 5 pouces, & par le point K ayant mené KG parallele à FB rencontrant AE en G, la ligne GH menée par ce point G retranchera le tiers de la figure proposée, qui sera le quadrilatere ABGH.

Mais si l'on avoit pû facilement prolonger les costez EA, CB jusqu'à leur rencontre en L, en sorte que l'on eût pû mesurer la superficie du tri-

angle ALB, & qu'on l'eût trouvée par exemple de 105 toises, ces 105 toises, estant jointes à 168 toises, qui est le tiers de la figure proposée, auroient fait 273 toises pour la superficie du triangle LGH, qu'il faudroit retrancher de toute la superficie du triangle LEF par la regle du second article de la division des triangles, ce qui seroit plus court que la regle que nous venons d'enseigner. Mais il pourroit arriver que les lignes EA, CB iroient se rencontrer si loin, que lon ne pourroit pas avoir commodément le point L, ou que le lieu où il se rencontreroit seroit inaccessible, c'est pourquoy nous avons donné la regle precedente.

Pour poursuivre la division, ayant mené de l'angle C la ligne CM parallele à AB, & ayant mesuré la superficie du triangle DCM, si elle se trouve plus grande que le tiers de la figure totale, il en faudra retrancher un autre triangle comme DNO égal à ce tiers par la regle du second ar-

ticle de la division des triangles, en menant la ligne ON parallele à CM qui eſt parallele à AB, à laquelle toutes les lignes des diviſions doivent eſtre paralleles. Mais ſi ce triangle DCM eſt plus petit que le tiers de la figure totale, il faudra ſe ſervir de la premiere regle de cet article pour mener la ligne PQ parallele à CM, laquelle ligne PQ retranche le quadrilatere CMPQ, qui ſoit égal à la difference qu'il y a entre le tiers de la figure totale & le triangle DCM.



3°. Pour diviſer une figure rectili-

gne de cinq costez comme ABCDE en trois parties égales par des lignes droites qui partent d'un point comme P donné sur l'un des costez de la figure, il n'y aura pas plus de difficulté que dans la division, dont nous venons de donner la regle dans le premier article des figures de plusieurs costez, ou dans le troisième article de la division des triangles. Car ayant mené du point P donné des lignes droites aux angles de la figure comme PC, PD, PE, & en retranchant de chacun de ces triangles, un triangle qui soit égal à la difference du tiers, ou du reste du tiers de la figure totale & du triangle où cette difference doit se trouver. Par exemple, si le triangle PBC n'étoit que de 100 toises de superficie, & que le tiers de la figure totale fût de 168 toises, il faudroit retrancher du triangle PCD le triangle PCG égal à 68 toises, qui sont la difference entre le tiers de la figure totale & entre le triangle PBC. Mais puisqu'on

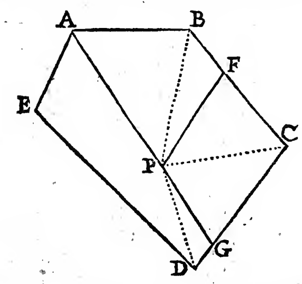
doit

doit connoître la superficie du triangle P C D pour en retrancher le triangle P C G, on connoîtra aussi le triangle restant P G D : c'est pourquoy si ce reste est moindre que le tiers du total, par exemple de 6 toises, on retranchera du triangle suivant P E D, le triangle P H D égal à 6 toises, ce qui se fera par la regle de l'article troisiéme de la division des triangles. Mais si ce reste P G D du triangle P C D estoit plus grand que le tiers de la figure de 6 toises; par exemple, il faudroit retrancher par la mesme regle le triangle P D I égal à 6 toises, & le reste qui seroit la figure de cinq costez P I D E A seroit aussi égal au tiers de la figure proposée; ainsi cette figure seroit divisée en trois parties égales, suivant la sujetion donnée de la position du point P.

On doit entendre la mesme chose pour tout autre nombre de divisions, & pour quelque figure rectiligne que ce soit.

X

4°. Si la figure A B C D E de cinq costez doit estre partagée en trois parties égales par des lignes droites qui



partent du point P donné au dedans de la figure, & qu'une des lignes par où doit commencer la division soit comme P A, qui aille du point P à l'un des angles comme A, ou à quelque point marqué sur l'un des costez.

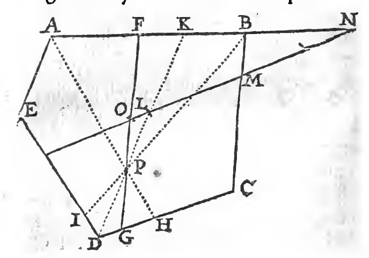
Ayant mené la ligne P B à l'angle le plus proche comme B, si le triangle P A B est plus petit que le tiers de la figure, on menera la ligne PC à

l'autre angle qui suit aprés B, & ayant pris la difference qu'il y a entre le tiers de la figure totale, & le triangle A P B, on retranchera du triangle P B C, le triangle P B F égal à cette difference, ce qui se fera par la regle enseignée dans le troisiéme article de la division des triangles ; & ainsi le quadrilatere P A B F sera égal au tiers de la figure proposée.

Semblablement si le triangle PFC est plus petit que le tiers de la figure totale, on prendra la difference qu'il y aura entre ce triangle P F C & le tiers de la figure, & on la retranchera du triangle P C D, en luy faisant le triangle PCG égal ; le quadrilatere PFCG sera donc aussi égal au tiers de la figure ; & par consequent la figure restante PAEDG sera aussi égale à un tiers. Il n'y aura pas plus de difficulté à diviser la figure proposée en quel autre nombre de parties que l'on voudra.

Si par le point P proposé dans la mesme figure ABCDE il falloit me-

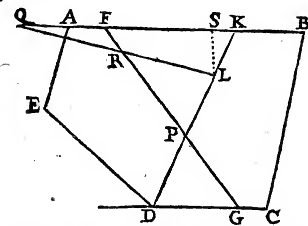
ner une ligne droite comme F P G qui divisât la figure en deux parties egales. Ayant d'abord mené par l'un



des angles comme B la ligne B P I terminée à l'un des costez E D, on mesurera la superficie BCDI; & supposant qu'elle soit trouvée p'us petite que la moitié de la figure totale. on menera par un autre angle D la ligne droite D P K, & ayant mesuré la superficie K B C D, si elle se trouve encore plus petite que la moitié de la figure totale, par un autre angle A soit mené la ligne APH, laquelle re-

tranche la figure A B C H plus grande que la moitié de la figure proposée, d'où il est évident que la ligne qui retranchera la moitié de la figure totale passera entre A & K. C'est pourquoy si P D est plus petite que P K, on prendra sur PK la ligne P L égale à P D, & par le point L on menera la ligne L N parallele à D C rencontrant A B prolongée, s'il est necessaire hors la figure en N. Soit enfin mesurée la superficie du triangle NLK, & ayant connû la difference qu'il y a entre la moitié de la figure totale, & la figure K B C D, on fera une somme de cette difference & de la superficie du triangle N L K, & par la mesme methode dont nous nous sommes servis dans le second cas de l'article quatriéme de la division des triangles, on menera par le point P la ligne P O F, qui retranchera le triangle N O F égal à la somme qui a esté cy-devant déterminée. Mais comme le triangle P O L est égal au triangle PGD, il s'ensuit que la figu-

re O M C G est égale à la figure LMCD, & par consequent que la figure FBCG est plus grande que la figure KBCD seulement de la quantité F K L O qui est ce qu'il falloit ajoûter à la figure K B C D pour la rendre égale à la moitié de la figure proposée.



Mais si les costez A B, D C de la figure étoient paralleles, la ligne menée par le point L parallele à DC, ne rencontreroit pas en N le costé AB; c'est pourquoy on ne pourroit pas se servir de la méthode des triangles que l'on a indiquée dans l'exemple precedent. Mais en ce cas il faut seule-

ment faire dans l'angle L K A, & sur la ligne L K pour base, le triangle L K Q qui soit égal à la difference qu'il y a entre la moitié de la superficie de la figure totale, & la superficie K B C D, que nous supposons moindre que cette moitié. Alors ayant partagé en deux également en R le costé L Q du triangle LKQ la ligne F R P G, qui passera par les points P & R, divisera la superficie proposée en deux parties égales.

Pour faire le triangle LKQ égal à une superficie proposée, lequel triangle ait pour base la ligne L K, & qu'un de ses angles soit l'angle L K A, du point L on menera la ligne L S perpendiculaire sur AB, & cette ligne estant mesurée doit estre le Diviseur de la superficie proposée, & ayant pris deux fois le quotient on en portera la grandeur sur B A en K Q: ensuite on menera L Q qui formera le triangle L K Q que l'on cherche.

Ces exemples que l'on vient de

proposer serviront de modele pour faire d'autres operations semblables qui se peuvent composer de plusieurs manieres differentes. Mais comme il arrive rarement que l'on en ait besoin dans la pratique de l'arpentage, on n'a pas trouvé à propos de s'étendre plus au long sur cette matiere, de peur d'ennuyer ceux qui ne cherchent que ce qui est de quelque utilité, & en faveur de qui l'on a composé cet ouvrage.



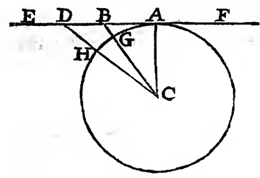


DU NIVELLEMENT.

LE Nivellement eſt une operation qni nous donne à connoître la hauteur d'un lieu à l'égard d'un autre. On dit qu'un lieu eſt plus élevé qu'un autre lieu, lorſqu'il eſt plus éloigné du centre de la terre. Ainſi la ſuperficie de l'eau ou de quelqu'autre corps liquide eſt de niveau, à cauſe que toutes ſes parties ou tous ſes points ſont également eloignez du centre de la terre. On peut donc meſurer la hauteur d'un lieu à l'egard d'un autre par la difference d'elevation de ces deux lieux au deſſus de la ſuperficie de la mer, d'un lac, ou d'un eſtang, ou enfin de quelque canal plein d'eau pour petit qu'il ſoit, lorſque cette ſuperficie n'eſt point agitée.

Une ligne qui eſt également éloi-

gnée dans tous ses points du centre de la terre, est appellée de niveau, & tous ses points sont dits estre dans le mesme vray niveau les uns à l'égard des autres, comme sont les points



AGH d'un cercle de la terre dont le centre est C, parce que ces points AGH sont également éloignez du centre de la terre C. Mais nous disons que les points EDBAF sont dans le niveau apparent du point A, lorsque tous ces points sont dans une mesme ligne droite, dont le point A est la rencontre de cette ligne avec la perpendiculaire CA qui luy est menée du centre de la terre; & si par ce mesme point A on décrivoit

un cercle qui passât par le point A, & qui eût pour centre le centre de la terre C, la ligne de niveau apparent du point A seroit droite & toucheroit le cercle au point A.

On se sert d'une ligne de niveau apparent pour en déterminer une qui soit de vray niveau, ce qui se fait en ostant des points de la ligne du niveau apparent la hauteur dont ils s'élevent au dessus du vray niveau à l'égard du certain point comme A; car il est facile à voir par cette figure, que tous les points de la ligne du niveau apparent comme B D F sont plus éloignez du centre de la terre, que le point A, à l'égard desquels ils sont dans le mesme niveau apparent. Les differences dont chacun de ces points du niveau apparent à l'égard du point A, sont plus élevez que les points du vray niveau à l'égard du mesme point A, sont mesurées par les lignes BG, DH qui sont les excés des secantes comme C B, C D pardessus le rayon du cercle égal à CA, comme CG, CH.

Dans les operations ordinaires du nivellement où l'on détermine des points dans un niveau apparent à l'égard de quelque point, il faut connoître les diſtances qu'il y a entre chacun de ces points, & le premier, à l'égard duquel ils ſont dans le niveau apparent, pour ſçavoir quelle eſt la quantité de la correction qu'il faut faire à chacun de ces points pour les reduire au meſme vray niveau. La table ſuivante montre les corrections des points du niveau apparent pour les reduire au vray niveau ſuivant les differentes diſtances de 50 en 50 toiſes.

TABLE.

Distances des points du niveau apparent à l'égard du point A, comme A B.	Corrections ou abbaissemens comme B G.	
Toises.	Pouces.	Lignes.
50.	0.	0. $\frac{1}{3}$
100.	0.	1. $\frac{1}{3}$
150.	0.	3.
200.	0.	5. $\frac{1}{3}$
250.	0.	8. $\frac{1}{3}$
300.	1.	0.
350.	1.	4. $\frac{1}{3}$
400.	1.	9. $\frac{1}{3}$
450.	2.	3.
500.	2.	9.
550.	3.	6.
600.	4	0.
650.	4.	8.
700.	5.	4.
750.	6.	3.
800.	7.	1.
850.	7.	11. $\frac{1}{2}$
900.	8.	11.
950.	10.	0.
1000.	11.	0.

On voit dans cette Table que la correction du niveau pour des petites distances, comme 100 toises, est si petite qu'elle ne merite pas qu'on en tienne conte, principalement si l'on n'a pas des instrumens tres-fins pour faire les observations, comme sont les grands niveaux garnis de lunettes au lieu de pinnules.

Si l'on prenoit les points du niveau apparent au lieu de ceux du vray niveau, on se tromperoit dans la conduite de l'eau de quelque source, qui seroit, par exemple, au point A ; car cette source ne s'étēdroit pas au long de la ligne droite A B D E qui est le niveau apparent, comme se le persuadent ceux qui ne sont pas vérsez dans la Geometrie ; mais elle demeureroit en A. Car pour s'étendre au long de la ligne A B D, il faudroit qu'elle remontât plus haut qu'elle n'est ; ce qui n'est pas possible, puisqu'elle ne peut prendre d'autre figure exterieure que la circulaire, qui est également éloignée du centre, & par con-

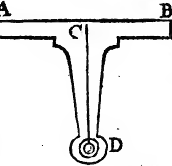
fequent également élevée. Au contraire une fource qui feroit en D, auroit beaucoup de pente pour defcendre en A, mais elle ne pourroit pas paffer outre, car il faudroit qu'elle s'élevât, fi elle continuoit fon chemin au long de la mefme ligne droite.

Avant que de venir à la pratique du nivellement, nous donnerons la defcription de quelques *Niveaux*, qui font les inftrumens dont on fe fert pour niveler. Entre tous les niveaux que l'on a inventez depuis quelque temps, nous ne parlerons que de ceux qui font les plus fimples, & qu'on peut fabriquer commodément & avec peu de dépenfe; car pour les grands niveaux, on pourra voir le Traité du Nivellement de Monfieur Picard de l'Academie des Sciences.

Le plus fimple de tous les niveaux, & celuy qui eft le plus en ufage, eft compofé de deux regles attachées enfemble, comme la figure le reprefente, fur l'une defquelles on a marqué une ligne droite CD qui eft par-

faitement à l'équerre ou à angles droits avec le coſté AB de l'autre regle. De quelque point comme C de la ligne CD,on ſuſpend un fil au bout duquel il y a un plomb; & lorſque la regle AB ſera poſée de telle maniere, que le filet du plomb ſoit étendu ſur la ligne CD en y battant librement & n'en eſtant point trop proche, le coſté AB de la regle où n'eſt pas attaché le plomb ſera poſé de niveau.

On peut conſtruire ce niveau d'une maniere toute oppoſee à celle-cy, en attachant le filet du plomb au point C de la ligne CD, lequel point C ſoit proche de la ligne AB. Pour déterminer une ligne de niveau repreſentée par le coſté AB de l'une des regles de l'inſtrument, il faut que cet inſtrument ſoit poſé de telle maniere que le filet du plomb batte librement



brement ſur la ligne C D qui eſt perpendiculaire à AB.

Ces deux niveaux tirent leur juſteſſe de la poſition du filet du plomb, qui repreſente une partie de la ligne droite qui paſſeroit par le centre de la terre ſi elle eſtoit prolongée ; & la ligne A B qui luy eſt perpendiculaire repreſente une tangente d'un cercle qui auroit ſon cētre joint à celuy de la terre, & qui auroit pour demi-diametre la diſtance depuis le centre de la terre juſqu'au point de rencontre de la ligne CD avec la ligne AB, qui ſont toutes deux ſur l'inſtrument. Ainſi dans la rigueur geometrique la ligne A B ne peut eſtre conſiderée que comme une ligne de niveau apparent à l'égard du point de rencontre des deux lignes A B, C D ; & quand meſme chaque partie de la ligne A B depuis la ren-

contre avec CD auroit 100 toiſes de longueur ; on voit par la table precedente que les extrémitez A & B ne feroient plus élevées que le point du milieu, que nous ſuppoſons eſtre la rencontre des deux lignes AB, CD, que d'une ligne & un tiers ſeulement, ce qui feroit de fort peu de conſequence ; & meſme il faut remarquer que les extrémitez A & B qui ne feroient pas dans le meſme vray niveau avec le point du milieu, puiſqu'elles feroient un peu plus élevées, feroient pourtant dans le meſme vray niveau entr'elles, puiſqu'elles feroient également éloignées du centre de la terre. Nous expliquerons cecy plus au long dans la pratique pour prolonger des lignes de niveau. Paſſons maintenant à la deſcription des niveaux qui tirent leur juſteſſe de la ſuperficie de l'eau qui eſt de niveau lorſqu'elle eſt tranquille.

A B

On prend une regle de 7 à 8 pieds de long, laquelle ſoit bien dreſſée ſur l'un de ſes coſtez comme A B. Sur ce coſté dreſſé on y fait une rainure la plus large qu'il eſt poſſible ſuivant l'épaiſſeur du bois, qui doit eſtre au moins d'un pouce. La profondeur de la rainure doit eſtre environ double de ſa largeur. On ferme les deux extrémitez de cette rainure avec deux petites platines de leton ou de fer blanc, qui s'élevent également toutes deux au deſſus du coſté de la regle où eſt la rainure, de deux ou trois lignes. Ayant verſé de l'eau dans cette rainure, qui a eſté auparavant legerement graiſſée, pour empécher que l'eau ne penetre dans le bois & ne faſſe cambrer la regle, on poſera la regle de telle maniere que l'eau qui eſt dans la rainure ſoit également élevée aux deux extrémitez ; alors la ligne déterminée par le deſſus de la regle ſera de niveau. Si le vent agitoit l'eau qui ſeroit dans la rainure, en ſorte qu'on ne pût pas

bien juger si l'eau seroit également élevée aux deux extrémitez, il faudroit couvrir la rainure ou l'eau hormis vers les extrémitez. Ce niveau est à peu prés semblable au chorobate des Anciens.

L'on peut facilement par le moyen de ce niveau tracer contre un mur une ligne horizontale ou de niveau, ce qui est la mesme chose ; car ayant appliqué la regle contre le mur ; & l'eau estant également élevée dans la rainure, le dessus de la regle marquera cette ligne, que l'on tracera contre le mur avec la mesme regle qui sert de niveau.

Il y a un niveau qui est fort en usage, & dont l'invention est deuë à Monsieur Thevenot, dont le merite est tres connu dans la Physique & dans les Mathematiques, & par plusieurs Relations tres-curieuses qu'il a données au public.

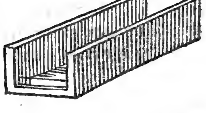


Ce niveau eſt composé d'un tuyau de verre de demy pouce de diamettre environ, & long de 8 ou 10 pouces. Ce tuyau eſt ſcellé hermetiquement par les 2 bouts, c'eſt à dire qu'il eſt bouché avec le verre meſme dont il eſt fait; mais on l'a remply auparade quelque liqueur, comme de l'eau forte affoiblie, à la reſerve d'un peu d'air qui y reſte. L'eau commune ne pourroit pas ſervir à cét uſage, à cauſe qu'elle pourroit geler en hyver, & caſſer le tuyau.

Lorſque le tuyau de verre eſt poſé horiſontalement, on voit la bulle d'air qui paroît dans la longueur du tuyau, & quand la bulle d'air eſt au milieu, & qu'elle y demeure ſans ſe mouvoir vers l'une des extrémitez, le tuyau eſt parfaitement de niveau; mais ſi le tuyau baiſſe un peu par l'une de ſes extrémitez, on voit auſſi-toſt que la bulle d'air monte vers le bout le plus élevé. On ſuppoſe que le verre du tuyau eſt d'égale épaiſſeur par tout, & qu'il eſt fort droit.

Pour déterminer une ligne de niveau on attache ce tuyau ſur une regle bien droite, en ſorte qu'il en ſoit également éloigné dans toute ſa longueur, & cette regle marque la ligne droite de niveau : mais ſi le tuyau de verre n'eſtoit pas d'égale groſſeur partout, on n'opereroit pas exactement.

Un des niveaux des plus ingenieux eſt celuy de Monſieur Mariotte de l'Academie des Sciences. On ſe ſert de la ſuperficie de l'eau, ou de quelqu'autre corps liquide, comme d'un miroir pour déterminer une ligne de niveau. Il eſt fait d'un canal de bois long de 4 pieds environ, & large de 4 à 5 pouces, ſa hauteur peut être de trois pouces ou moins ſi l'on

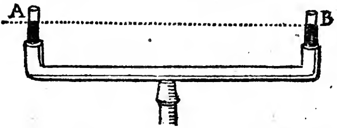


veut. Dans le fond de ce canal on fait avec de la cire mole vers les deux extrémitez deux petites élevations d'un quart de pouce environ de hau-

teur, & qui tiennent toute la largeur du canal. On verse ensuite de l'eau dans ce canal, qui sert premierement à le dresser; mais on y en met autant qu'il est necessaire pour faire que sa superficie soit plus élevée que les extrémitez de la cire, ce qui se peut faire à cause que l'eau ne s'attache pas à la cire qui est grasse de sa nature. Les élevations de cire doivent aller en adoucissant ou diminuant insensiblement vers le milieu, afin que l'eau puisse s'élever comme il faut sans que le canal soit parfaitement de niveau. Lorsqu'il fait du vent qui pourroit agiter la superficie de l'eau, il faut couvrir le canal, & laisser seulement les deux bouts ouverts, encore quand le vent est un peu grand on ne s'en peut pas servir, à cause qu'il passe par les extrémitez, & trouble la superficie de l'eau.

Ce niveau sert principalement dans le prolongement des lignes de niveau, c'est pourquoy nous parlerons de son usage dans la suite.

De tous les Niveaux ordinaires, il n'y en a point, à ce qui me semble, qui puisse estre d'un plus grand usage que celuy dont on trouve la description dans la Geographie reformée du R. P. Riccioli. C'est un tuyau de fer



Blanc de 5 ou 6 pieds de long & d'un pouce environ de grosseur. Il est recourbé à l'équerre vers ses deux extrémitez de la longueur d'un pouce & demy ou de deux pouces, où l'on attache avec de la cire ou du mastic deux tuyaux de verre de 3 ou 4 pouces de long. Ensuite on verse dans ce tuyau de l'eau dans laquelle on a meslé un peu d'ancre ou quelqu'autre teinture; & le tuyau estant remply, l'eau s'élevera dans les 2 tuyaux de verre comme en A & en B qui détermine une ligne de niveau A B, laquelle

quelle paſſera par la ſuperficie de l'eau des deux tuyaux.

Il n'eſt pas neceſſaire que l'eau ſoit également éloignée des extrémitez des 2 tuyaux de verre, ou qu'elle ſoit également élevée pardeſſus le tuyau de fer blanc, il ſuffit qu'on la puiſſe voir dans les tuyaux de verre, car elle s'y mettra toujours d'égale hauteur par rapport au centre de la terre, comme ſi elle étoit dans un canal découvert depuis A juſqu'en B. Il faut prendre garde que le tuyau de fer blanc ſoit bien remply d'eau, ce qui ſera facile à connoître en penchant le tuyau, & bouchant le bout qui eſt en bas; car s'il y a de l'air, il ſortira par le bout le plus élevé.

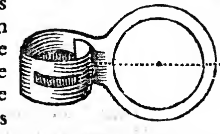
Comme on peut trouver de l'eau par tout, & qu'il n'eſt pas auſſi facile d'avoir une teinture pour mettre dans l'eau pour voir facilement la hauteur où elle eſt; j'ay trouvé par experience qu'en mettant dans chacun des tuyaux de verre deux petits cylindres de bois leger bien noircis, & enduits

de graiſſe ou de ſuif, qui avoient à un des bouts une épingle attachée pour leur ſervir de contrepoids & les tenir perpendiculairement dans l'eau, je pouvois facilement déterminer la hauteur de l'eau par la hauteur des deux cylindres, qui nagent ſur l'eau ou à fleur d'eau, & qui étant également peſants ne s'élevent pas plus l'un que l'autre ſur l'eau.

On pourroit appliquer en deux manieres differentes une lunette d'approche à ce niveau, ce qui donneroit beaucoup de facilité pour niveler.

La premiere maniere & la plus juſte ce ſeroit d'ajuſter à l'un des tuyaux de verre du niveau, un verre objectif, qui eût ſon foyer de la longueur de l'intervalle entre les deux tuyaux de verre. Pour ajuſter ce verre objectif, on prendra une petite lame de leton ou de fer blanc fort mince, large de demy pouce par l'une de ces extrémitez, & par l'autre d'un peu plus

d'un pouce. Pour ſa longueur il faudra qu'elle ſoit aſſez grande pour luy donner la forme que repreſente cette figure dans laquelle on voit qu'elle eſt tournée en cylindre par la plus étroite de

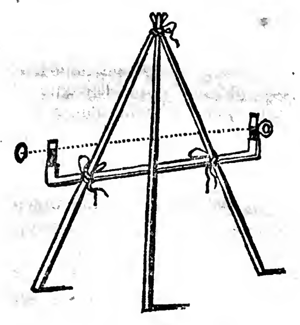


ſes extrémitez qui doit envelopper un des tuyaux de verre & s'y tenir ferme par le moyen de ſon reſſort. Le milieu du cylindre de la lame doit eſtre ouvert de deux petites fentes à l'oppoſite l'une de l'autre, pour pouvoir voir au travers la hauteur de l'eau dans le tuyau de verre, & ces fentes doivent eſtre faites ſelon la longueur de la lame. La partie de la lame qui demeure droite ſera percée d'une ouverture ronde de dix lignes environ de diametre, dont le centre ſera preciſément dans la ligne qui paſſe par le milieu des fentes. On appliquera à cette ouverture le verre objectif de

la lunette, lequel doit avoir ſon centre à la meſme hauteur que celuy de l'ouverture ; car il n'eſt pas neceſſaire que ces deux centres ſoient joints enſemble. On peut facilement donner cette poſition au verre objectif en le tournant un demi tour dans l'ouverture, & en obſervant avec le verre oculaire à la diſtance qu'il faut pour la longueur de la lunette, ſi le meſme objet paroît à même hauteur en ces 2 differentes poſitions de l'objectif.

L'eau étant en repos dans les deux tuyaux on fera gliſſer ſur le tuyau de verre la lame ou pinnule qui porte le verre objectif pour l'élever ou l'abbaiſſer autant qu'il faudra, pour voir au travers des fentes la ſuperficie de l'eau, ou la ſuperficie du petit cylindre de bois noircy que l'on y aura mis ; & il faudra bien prendre garde que la ligne qui paſſe par le milieu des fentes & par le centre de l'ouverture ronde ſoit horiſontale. Ce verre objectif eſtant tourné directement vers l'autre tuyau de verre où,

il n'eſt pas attaché, on tiendra l'oculaire à la main que l'on éloignera de ce tuyau de la diſtance de ſon foyer, & que l'on élevera à peu prés à la hauteur de l'eau ; alors en regardant au travers de ces 2 verres qui forment une lunette d'approche, l'objet éloigné qui paroîtra à la hauteur & à coſté de l'eau du tuyau qui eſt vers l'œil, ou du deſſus du petit cylindre de bois qui nage ſur l'eau, & qui paroîtra



auſſi fort augmenté au travers du verre oculaire, ſera dans le niveau apparent du deſſus de l'eau du tuyau, ou du cylindre de bois.

L'on pourroit arreſter le verre objectif à la diſtance qu'il faut du tuyau de verre qui eſt proche l'œil, en ſorte pourtant qu'il pût ſe hauſſer ou baiſſer pour répondre à la hauteur de l'eau qui eſt dans le tuyau; ce qui donneroit beaucoup de commodité à ceux qui n'ont pas accoûtume de ſe ſervir de lunettes d'approche ſans tuyau, où la lumiere exterieure empeſche de découvrir facilement l'objet auquel la lunette eſt pointée. Cette maniere d'appliquer la lunette d'approche au lieu de pinnules eſt tout à fait ſemblable à celle dont l'invention eſt deuë à feu Monſieur Picard de l'Academie des Sciences: mais en voicy une autre qui peut eſtre fort utile dans pluſieurs rencontres, & ſur tout dans la pratique du Nivellement, quoy qu'elle ne ſoit pas ſi juſte.

On ſe ſert dans cette ſeconde ma-

niere d'appliquer une lunette à ce niveau, d'une pinnule ſemblable à celle que nous avons décrite cydevant, mais dont l'ouverture ronde ne doit eſtre que de deux ou trois lignes de diametre. Le verre objectif ne doit avoir que 8 à 10 pouces de longueur de foyer, & il doit eſtre centré comme l'autre dont nous avons parlé. Cette pinnuſe s'applique au tuyau qui eſt proche de l'œil, en ſorte que les fentes ſoient à la hauteur de l'eau; & en tenant le verre oculaire à la main, on s'écarte autant qu'il eſt neceſſaire pour voir le deſſus de l'eau de l'autre tuyau au travers des deux verres qui forment la lunette, & l'on remarque à meſme temps quel objet éloigné ſe trouve à la hauteur de l'eau qui paroît par la lunette, & cet objet eſt dans le niveau apparent de l'eau des tuyaux. Lorſqu'on voit diſtinctement la hauteur de l'eau au travers de la lunette, on verra un peu confuſément les objets éloignez, à cauſe que le tuyau eſt trop proche de

l'objectif de la lunette: mais en approchant un peu le verre oculaire de l'objectif, l'objet éloigné paroîtra plus distinctemẽt, & l'on verra le tuyau un peu confus ; c'est pourquoy en approchant & reculant un peu par plusieurs reprises le verre oculaire de l'objectif, on peut déterminer assez justement le point de l'objet éloigné, qui répond à la hauteur de l'eau dans les tuyaux.

J'ay rapporté ces pratiques en faveur de ceux qui voudront se servir de cet instrument dans des Nivellemens un peu considerables ; mais principalement pour ceux qui n'ont pas la veuë fort bonne pour distinguer les objets éloignez, & qui pourront retirer un grand avantage de cette application de lunette.

La figure precedente fait voir assez clairement la maniere dont ce niveau doit estre arresté sur son pied, qui n'est fait que de trois bâtons de 6 à 7 pieds de long, & attachez ensemble par l'une de leurs extrémitez.

Pour prolonger des lignes de niveau.

LEs inſtrumens dont on ſe ſert pour niveler, ne peuvent determiner des lignes de niveau que de la longueur de l'inſtrument; & s'il falloit ajoûter enſemble pluſieurs de ces lignes de niveau pour faire un grand nivellement, outre la longueur du temps qu'il y faudroit employer, on pourroit commettre bien des fautes dans la multitude des operations qu'il faudroit faire. C'eſt pourquoy aprés s'eſtre bien aſſuré d'une ligne de niveau de 5 ou 6 pieds de longueur, on a cherché les moyens de la prolonger avec toute la juſteſſe poſſible. La plus ſure de toutes les manieres dont on puiſſe ſe ſervir pour prolonger une ligne droite, eſt celle qui ſe fait en mirant par les deux extrémitez de la ligne donnée.

Par exemple, ſi la ligne AB eſt de niveau, & ſi en mirant par les extrémitez A & B on voit le point ou l'ob-

A B D

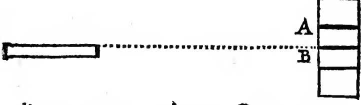
jet D qui paroiſſe joint à ces deux extrémitez A & B, on dit que la ligne droite A B eſtant prolongée rencontre le point D, & par conſequent que le point D eſt de niveau avec les points A & B, c'eſt à dire dans le meſme niveau apparent que le point du milieu entre A & B. On peut ſe ſervir de cette methode avec aſſurance, quoy que dans la verité le point D ne ſoit pas dans la meſme ligne droite que les points A B; mais cette difference ne peut eſtre ſenſible que dans de tres-grandes diſtances.

Pour pouvoir mirer facilement par les deux points que l'on a déterminez de niveau comme A & B, on éleve à ces deux extrémitez A & B deux petites lames de carton ou de leton mince, & l'on y fait deux petits trous ou deux petites fentes qui ſoient également élevées au deſſus de la ligne

A B, ou de ses extrémitez A & B; & en approchant l'œil de l'une de ces ouvertures, on voit au travers de l'autre quelque objet éloigné, lequel paroissant dans le milieu de cette ouverture, sera dans le niveau apparent de ces deux pinnules, ou du point d'entre-deux. Si la distance depuis le niveau jusqu'au point où l'on a miré estoit assez grande pour recevoir quelque correction, afin de réduire le point du niveau apparent D au point de niveau vray, il la faudroit faire suivant la Table precedente.

On n'a pas besoin de pinnules pour servir à mirer dans le dernier niveau que nous avons décrit; car la hauteur de l'eau dans les tuyaux de verre fera le mesme effet. On ne peut pas non plus se servir de pinnules pour prolonger des lignes de niveau avec le niveau de Monsieur Mariotte, dont voicy l'usage.

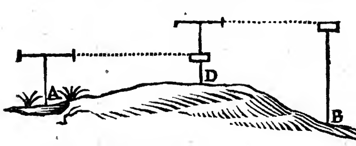
On marquera sur une carte blanche deux lignes noires, bien droites & paralleles entr'elles, comme A & B, qui soient éloignées l'une de l'autre



d'un pouce ou deux. Cette carte estant posée à la distance où l'on veut marquer un point qui soit de niveau avec l'eau qui est dans l'instrument, on met l'œil fort proche de l'instrument, & à peu prés à la hauteur du dessus de l'eau : alors on doit voir pardessus l'eau les deux traits noirs de la carte, ou bien la carte est trop basse; c'est pourquoy on la fera relever. Mais si l'on voyoit pardessus la superficie de l'eau les deux lignes noires de la carte & 2 autres au dessous, qui sont celles qui se representent sur la superficie de l'eau, ayant abaissé l'œil tant que la superficie de l'eau ne paroisse plus quasi que comme une ligne, on fera baisser la carte tant que l'on ne voye plus que trois lignes noires dont les deux distances paroissent égales entr'elles, la ligne de dessous estant l'image de celle de dessus de la carte, & celle du

milieu qui eſt celle d'enbas de la carte eſtant confonduë avec ſon image, alors la ligne B d'enbas ſur la carte eſt dans le niveau apparent de la ſuperficie de l'eau de l'inſtrument.

Venons maintenant à la pratique du Nivellement. Puiſque nous pouvons prolonger facilement des lignes de niveau, il ne ſera pas mal-aiſé de connoître la difference des hauteurs ou du niveau entre deux points propoſez, comme A & B : car premierement ſi la diſtance entre ces points n'eſt pas fort grande, on pourra faire l'operation en une ſeule fois, pourveu qu'il n'y ait pas une trop grande difference de hauteur, ou que l'on puiſſe voir un de ſes points, l'œil eſtant



poſé vers l'autre. Dans les autres cas

on pourra prendre tels points que l'on voudra entre-deux, & dans des distances que l'on jugera à propos, en sorte que l'on puisse joindre tous ces points avec les deux extrémes ; on prend par exemple icy le point D entre les extrémes donnez A & B.

On posera ensuite le niveau au point A sur son pied qui l'élevera par exemple de trois pieds, & l'on fera mettre au point D un bâton droit dans lequel on aura enfilé une carte qui pourra glisser au long du bâton. Alors l'œil estant posé à l'une des extrémitez du niveau, on fera élever ou baisser la carte tant que sa partie de dessus paroisse dans la ligne de mire ou de visée du niveau ; ce qui estant fait on sera asseuré que le dessus de la carte sera de niveau avec les points de l'instrument par où l'on mire. C'est pourquoy l'on mesurera exactement la hauteur de la carte depuis le point D où le bâton est posé ; & si cette hauteur est plus grande que la hauteur du niveau posé en A, il est évident

que le point D ſera plus bas que le point A, de la difference entre les deux hauteurs trouvées. Par exemple, ſi la hauteur de la carte au deſſus du point D eſt de 4 pieds, puiſque nous avons ſuppoſé que la hauteur du niveau au point A eſtoit de 3. pieds, le point D ſera plus bas que le point A d'un pied. Mais au contraire ſi la hauteur de la carte pardeſſus le point D n'eſtoit que d'un pied & demi, il s'enſuivroit que le point D ſeroit plus haut que le point A de la difference des deux hauteurs, qui ſeroit un pied & demi.

Enfin ſi la ligne de viſée ou de mire donnoit plus bas que le point D que nous ſuppoſons eſtre à terre, il faudroit tranſporter le niveau au point D, & le bâton qui porte la carte au point A, & le coup de niveau eſtant fait on connoîtroit de combien de pieds & de pouces le point D ſeroit plus haut que le point A.

Pour continuer le nivellement juſqu'en B, on mettra le niveau en D,

& le bâton en B, & ayant donné le coup de niveau, si l'on trouve que la ligne de visée fasse élever la carte à 10. pieds au dessus du point B, & que le niveau ait encore 3 pieds de hauteur au dessus de D; on dira que le point B est plus bas que le point D de 7 pieds: mais si le point D estoit déja plus bas que le point A d'un pied, il s'ensuivroit que le point B seroit plus bas que le point A de 8 pieds: au contraire si le point D estoit plus haut que le point A d'un pied & demi, il faudroit oster cette hauteur de celle que l'on a trouvée que le point D avoit pardessus le point B, & il resteroit 5 pieds $\frac{1}{2}$ pour la hauteur du point A par dessus le point B.

Si le point B n'estoit pas le dernier point du nivellement, on considereroit toûjours la hauteur ou l'abaissement du dernier fait à l'égard du premier pour le comparer avec le suivant.

On doit remarquer icy, que quoy-

que l'inſtrument dont on ſe ſert pour niveler ne ſoit pas fort juſte, comme ſi dans le premier niveau la ligne ſur laquelle le filet du plomb doit eſtre appliqué, n'eſtoit pas parfaitement à l'equerre avec celle qui détermine le niveau, ou bien ſi dans le dernier niveau le verre qui ſert d'objectif à la lunette n'eſtoit pas bien centré, on ne laiſſera pas de faire un nivellement fort exact, pourveu qu'il ſoit composé de deux ou de pluſieurs nivellemens particuliers faits de ſuite, & que l'inſtrument dont on ſe ſert à niveler ait precedé ou eſté devant les perches qui portent le ſignal, dans un eſpace de chemin égal à celuy où les perches ont precedé l'inſtrument, ſans que le nombre des ſtations ou des nivellemens particuliers ny leur longueur doive eſtre égale. Par exemple, ſi l'on veut niveler la diſtance entre deux points comme A & B par cinq ſtations ou nivellemens particuliers en commençant par A, ſi les perches ſont demeurées à ce point

A, & que l'instrument ou le niveau ait marché devant, c'est à dire qu'il se soit avancé vers B de 130 toises pour la premiere station, & que dans la seconde au contraire, si les perches ont precedé le niveau qui sera demeuré au mesme lieu où il estoit, & que la longueur de cette seconde station soit de 50 toises, & que les perches ayent encore precedé le niveau dans la troisiéme operation ou station qui soit de 90 toises, & de mesme encore dans la quatriéme qui soit de 35 toises, & enfin dans la cinquiéme, si le niveau a precedé les perches dans l'espace de 45 toises, nous dirons que dans ce nivellement composé de cinq autres, le niveau a autant precedé les perches, ou bien qu'il a marché autant devant les perches, que les perches ont marché devant le niveau; car la premiere & la derniere operation contiennent ensemble 175 toises de longueur, autant que les trois autres ensemble.

Les nivellemens servent ordinai-

rement pour la conduite des eaux, comme s'il falloit conduire une source dans quelque lieu, on trouvera par les operations la hauteur où l'eau pourra estre conduite, en observant de donner deux pouces environ pour la pente de l'eau par chaque cent toises; ainsi si l'on trouve qu'une source soit plus haute que le lieu où l'on doit la mener de quatre pieds, & que la distance soit de 2000 toises, on pourra s'asseurer que l'eau pourra estre conduite facilement, puisque l'on aura encore 8 pouces de plus que la pente que nous avons déterminée. Quoy que je donne icy deux pouces par cent toises, ce n'est pas que je ne sçache bien qu'on a des experiences tres-certaines qu'un pouce de pente par 100 toises peut suffire pour conduire de l'eau; mais ce ne peut estre que lorsqu'il y en a une grande quantité, comme dans une riviere. Moins on a d'eau à conduire, & plus il faut de pente, à cause que l'eau est plus retardée par les frotemens du canal

qui la renferme ; c'eſt auſſi pour cette meſme raiſon qu'il faut beaucoup plus de pente pour conduire de l'eau dans un tuyau que dans un canal découvert.



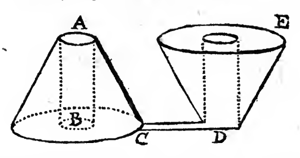
DE LA NATURE
& des proprietez de l'Eau.

UNe des plus confiderables proprietez de l'eau, eſt qu'elle peſe, non pas par rapport à ſa quantité, mais ſeulement ſuivant ſa hauteur. Par exemple, ſi le vaſe AB, qui eſt beaucoup plus large par le bas, B que par le haut A, eſt remply d'eau, le fond de ce vaſe B ſera autant preſſé par l'eau du vaſe, que ſi le vaſe eſtoit d'égale largeur par le haut & par le bas. Ainſi le vaſe AB eſtant ouvert par le fond B, ſi l'on y appliquoit une veſſie qui fût attachée autour du bord inferieur, lorſque le vaſe ſera remply d'eau, la veſ-

ſie s'enflera un peu ; & ſi l'on veut la relever avec une petite planche juſque contre le bord inferieur du vaſe, il y faudra employer une force égale à celle qui pourroit porter la quantité d'eau, qui ſeroit contenuë dans un cylindre dont la largeur ſeroit égale à l'ouverture inferieure B du vaſe, & la hauteur la meſme AB que celle du vaſe.

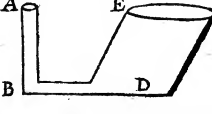
Par cette meſme raiſon ſi l'on ajuſte à un tonneau remply d'eau un petit tuyau, qui eſtant haut de 15 ou 20 pieds ne contienne qu'une pinte d'eau environ qui peſe deux livres, ce petit tuyau eſtant remply d'eau, le tonneau jettera les fonds comme s'ils étoiét chargez de la quantité d'eau qui pourroit contenir dans un cylindre de la meſme groſſeur que le tonneau, & de 15 ou 20 pieds de haut.

C'eſt auſſi par cette meſme raiſon que le vaiſſeau DE, qui eſt fort large par le haut E, & fort étroit par le bas D étant remply d'eau, le fond D n'eſt pas plus chargé ou preſſé par



l'eau du vaiſſeau, que ſi ce n'eſtoit qu'un cylindre plein d'eau de la hauteur du vaſe DE, & de la largeur du fond D. Enfin ſi l'on joint ces deux vaiſſeaux AB, DE par un tuyau CD, lorſquils ſeront remplis d'eau, elle s'y mettra à meſme hauteur ou de niveau, quoyque l'un ſoit fort large par le bas & étroit par le haut, & l'autre au contraire étroit par le bas, & large par le haut.

Il en eſt de meſme du tuyau ABDE recourbé en ſiphon, dõt la partie AB eſt fort étroite, & l'autre DE fort large, & meſme inclinée



ſi l'on veut ; car l'eau ſe tiendra à égale hauteur dans les deux tuyaux.

Le *ſiphon* eſt un tuyau recourbé comme ABE, dont l'une des jambes BE eſt plus longue que l'autre A B. Ayant remply le tuyau plein d'eau, ſi l'on met le bout de la jambe la plus courte AB dans un vaſe plein d'eau, & qu'en meſme temps on ouvre le bout E de la plus longue, l'eau du vaſe coulera par l'ouverture E, juſqu'à ce qu'elle ſoit parvenuë à la hauteur de l'ouverture A de la plus courte jambe du ſiphon.

Il faut remarquer que la meſme choſe arrivera toûjours de quelle grādeur que ſoit le ſiphon pourveu que la courbure du haut du ſiphon ne ſurpaſſe pas 30 pieds environ au deſſus de la ſuperficie de l'eau du vaſe, car alors l'eau du vaſe ne pourroit pas couler par le tuyau, à cauſe d'un vuide qui ſe

ſe feroit dans le haut du tuyau, quand meſme les deux bouts ſeroient plongez dans l'eau.

La force avec laquelle l'eau frappe contre quelque corps, eſt en meſme raiſon que la viteſſe avec laquelle elle coule ; ainſi ſi une eau coule une fois plus vîte qu'une autre eau, elle choquera contre le corps qu'elle rencontrera avec une fois plus de force que celle qui coule une fois moins vîte. Mais il faut que les hauteurs de l'eau dans les reſervoirs au deſſus de l'ajutage, ou du trou par où elle ſort comme B, ſoient en raiſon des nombres quarrez, pour faire que l'eau ſorte par l'ajutage avec des vîteſſes qui ſoient en raiſon des racines de ces meſmes quarrez. Par exemple, l'eau eſtant entretenuë dans le reſervoir à la hauteur D qui eſt de 16 pieds, elle coulera ſeulement une fois



plus vîte par le trou B, ou bien elle aura une viteſſe double de celle qu'elle auroit ſi le reſervoir eſtoit toujours entretenu à la hauteur A, qui n'eſt que de 4 pieds pardeſſus le trou. De meſme l'eau eſtant dans le reſervoir à la hauteur de C qui ſoit de 36 pieds, coulera ſeulement par le trou B avec une viteſſe triple ou trois fois plus grande qu'avec celle qu'elle avoit lorſque l'eau étoit dans le reſervoir en A à la hauteur de 4 pieds: car les hauteurs de l'eau dans le reſervoir ſeront 1, 4, 9, qui ſont des nombres quarrez, & les viteſſes de l'eau qui ſort ſeront 1, 2, 3, qui ſont les racines de ces nombres quarrez.

Cette regle ſert à connoître combien un jet d'eau dépenſe d'eau, lorſque l'on connoît la hauteur à laquelle il s'éleve, que nous ſuppoſons eſtre égale à celle du reſervoir d'où il vient, quoy qu'il y ait un peu de difference: mais il faut ſçavoir auparavant combien un jet d'eau d'une hauteur connuë, & d'une groſſeur d'ajutage déter-

minée dépense d'eau. Par exemple, on sçait par experience qu'un jet d'eau de 10 pieds de haut & de 6 lignes de diametre d'ajutage dépense pendant une minute de temps une quantité d'eau connuë qui est 2119 $\frac{1}{3}$ pouces cubiques ; on sçaura par la regle precedente qu'un jet d'eau de 40 pieds de haut & de 6 lignes de diametre d'ajutage dépensera seulement deux fois autant d'eau qui sera 4238 $\frac{2}{3}$ pouces cubiques dans le mesme temps, quoy qu'il s'éleve quatre fois plus haut ; mais si l'ajutage de ce second jet estoit d'un pouce de diametre, qui seroit par consequent quadruple, ou quatre fois plus grande que celle de 6 lignes, ce jet dépensera huit fois autant d'eau que le premier.

Lorsque nous disons qu'un jet d'eau dépense une fois plus d'eau qu'un autre jet de mesme grosseur, il faut entendre que c'est seulement à cause de sa vitesse, qui estant double de l'au-

tre. dépense une fois plus d'eau ; & si elle estoit triple, elle dépenseroit trois fois autant d'eau.

Il n'y a rien qui surprenne davantage que de voir qu'un jet d'eau qui ne dépense que deux fois autant d'eau qu'un autre jet, monte quatre fois plus haut, & que celuy qui en dépense seulement trois fois autant, monte neuf fois plus haut, & ainsi dans les autres proportions que nous avons expliquées ; ce qui dépend de la vitesse avec laquelle l'eau sort de l'ajutage.

On mesure l'eau coulante par pouces. Ce pouce est une ouverture ronde d'un pouce de diametre faite dans une platine fort mince, afin que l'eau ne puisse pas estre arrestée par le frotement qu'elle feroit contre les bords, & l'on appelle un *pouce d'eau* toute celle qui coule continuellement par cette ouverture, lorsqu'elle est seulement chargée autant qu'il est necessaire pour faire qu'elle remplisse en coulant toute l'ouverture. Il faut

prendre garde que l'eau qui fournit à cette ouverture d'un pouce, soit dans un grand baquet à peu prés de niveau ; car si l'eau qui passe par l'ouverture venoit la rencontrer avec une pente considerable, elle passeroit plus vîte par l'ouverture, que lorsqu'elle est tranquille, & qu'elle n'a seulement qu'autant de mouvement qu'il luy est necessaire pour fournir à la dépense du pouce ; c'est pourquoy le pouce fourniroit ou dépenseroit beaucoup d'eau.

Toutes les experiences que l'on a faites de la dépense d'un pouce d'eau, c'est à dire combien un pouce d'eau doit dépenser ou fournir d'eau, se sont à peu prés accordees à la quantité de 200 muids en trois jours. Ainsi sans avoir égard à la vitesse de l'eau, ny aux differentes manieres ou ouvertures par où l'eau peut couler, si l'on connoît qu'une source a remply un espace qui contienne 200 muids en trois jours, on dira que cette source a un pouce d'eau, ou bien qu'elle

fournit un pouce d'eau.

Puisque le muid contient 8 pieds cubes, les 200 muids contiendront 1600 pieds cubes; c'est pourquoy sur cette mesure on en pourra déduire d'autres qui luy feront proportionnelles, & qui seront plus commodes pour la pratique. Car on trouvera que ce qu'on appelle un pouce d'eau coulante ou courante remplira ou fournira 66 muids & $\frac{1}{3}$, ou bien 533 pieds cubiques & $\frac{1}{3}$ en un jour, & 22 pieds cubiques & $\frac{1}{9}$, ou bien 22 pieds & 384 pouces cubes dans l'espace d'une heure. Enfin dans l'espace du temps d'une minute, qui est la soixantiéme partie d'une heure, un pouce d'eau remplira 640 pouces cubique, dont le pied en contient 1728 ; & dans l'espace d'une seconde qui est la soixantiéme partie d'une minute, il remplira 10 pouces cubiques & deux tiers.

Si l'on veut donc sçavoir la quantité des pouces d'eau que fournit une

ſource, on tâchera de la faire couler dans quelque lieu qui la puiſſe contenir, & dont on puiſſe meſurer la capacité ; & ſi elle n'avoit que trois ou quatre pouces d'eau, il faudroit ſeulement la recevoir dans un muid que l'on auroit meſuré exactement. On obſervera en combien de temps le lieu où l'on reçoit l'eau ſe remplira, ce qui donnera la quantité des pouces d'eau de la ſource.

On meſure exactement le temps par le moyen d'un pendule, que l'on peut faire avec une bale de plomb attachée au bout d'un fil. Le fil de ce pendule eſtant ſuſpendu à quelque choſe, ſi la longueur du pendule depuis le point de ſuſpenſion juſqu'au milieu de la bale, eſt de 9 pouces 2 lignes, chaque vibration de la bale vaudra une demi ſeconde de temps. On conte une vibration d'un pendule le mouvement que fait la bale tant en deſcendant qu'en remontant tout enſemble, en ſorte que le pendule eſtant mis en mouvement, lorſqu'il

fera revenu au point le plus haut d'où il eſt party, il aura fait deux vibrations, qui vaudront une ſeconde de temps, ſi le pendule eſt de 9 pouces 2 lignes de long, & il en faudra 120 pour une minute de temps, car une ſeconde eſt la ſoixantiéme partie d'une minute. L'exemple ſuivant ſervira à faire comprendre plus aiſément cette methode.

Suppoſons qu'un tonneau qui contient exactement 8 pieds cubiques ait eſté remply par l'eau coulante d'une ſource en 6 minutes de temps ou en 360 ſecondes, ce qui eſt la meſme choſe.

Si l'on reduit les huit pieds cubes du tonneau en pouces cubes, on en trouvera 13824, qui eſtant diviſez par les 360 ſecondes de temps dans lequel le tonneau s'eſt rempli, on aura pour quotient 38 pouces & $\frac{6}{15}$ qui ſont entrez dans le tonneau dans l'eſpace de chaque ſeconde de temps. C'eſt pourquoy ſi l'on diviſe ce nombre de pouces par la quantité d'eau

que fournit un pouce en une seconde, qui est 10 pouces & $\frac{2}{3}$, on aura 3 pouces & $\frac{3}{5}$ au quotient qui sera la quantité des pouces d'eau de la source.

Comme je n'ay pas enseigné à faire les regles d'Arithmetique par fractions, on pourroit trouver de la difficulté dans la regle precedente ; mais il sera facile de se tirer d'embarras en reduisant les pouces, tant du nombre à diviser que du diviseur en lignes, & en y ajoûtant le nombre des lignes qui leur conviennent le plus prés pour les fractions qui sont jointes à ces nombres, & faisant la division simple, & negligeant les petites fractions comme dans cet exemple, puisqu'un pouce cube contient 1728 lignes cubes. si l'on multiplie les 38 pouces qu'il faut diviser par ce nombre, on aura 65664 lignes cubes, ausquelles il faudra ajoûter 691 lignes $\frac{1}{5}$ pour les $\frac{6}{15}$ qu'il faut ajoûter à ce nombre ; on aura donc pour le nom-

bre qui doit estre divisé 66355 lignes $\frac{1}{5}$.
On fera la mesme chose pour le diviseur, qui est 10 pouces $\frac{2}{3}$, les 10 pouces estant donc multipliez par 1728 donneront 17280 lignes, ausquelles il faudra ajoûter 1152 lignes pour les deux tiers d'un pouce; le diviseur sera donc en tout 18432 lignes. Enfin la division estant faite on aura au quotient 3 pouces & $\frac{11039}{18432}$ qui sont à peu prés $\frac{3}{5}$ de pouce comme nous avons marqué cy-devant.

Il y a encore une autre maniere de mesurer les eaux courantes, en les faisant couler par un canal uni, égal & posé de niveau à peu prés.

Ce canal doit estre long de 5 ou 6 toises s'il est possible. Ayant mis quelque corps leger dans l'eau à l'entrée du canal qui puisse nager à fleur d'eau ou entre deux eaux, on observe exactement le temps que ce corps demeure à parcourir la longueur du canal, & pour s'en asseurer on reïtere l'operation plusieurs fois, en suite on

mesure la longueur du canal, & vers son milieu on prend la hauteur de l'eau dans le canal avec sa largeur, que l'on multiplie l'un par l'autre pour en faire un plan qui soit égal à la *coupe* de l'eau courante, c'est ainsi qu'on appelle la superficie d'une ouverture par laquelle toute l'eau couleroit ou passeroit vers le milieu du canal. Cette superficie estant donc multipliée par la longueur du canal, on a la quantité d'eau qui s'est écoulée, ou qui a esté fournie par la source dans l'espace du temps que l'on a observé, on pourra donc connoître par la regle precedente la quantité d'eau de la source, puisqu'on sçait qu'elle a fourni une certaine quantité de pouces cubiques d'eau en un certain temps.

Par exemple si le canal est large de 12 pouces, & qu'il soit d'égale largeur en haut & en bas, l'eau y estant haute de 6 pouces, on a pour la coupe de l'eau 72 pouces de superficie;

mais la longueur du canal estant de 10 pieds ou 120 pouces, toute la solidité de l'eau dans le canal sera de 8640 pouces solides ou cubique. Enfin si le corps que l'on a posé dans l'eau est demeuré 55 secondes de temps à parcourir la longueur du canal, il faudra diviser les 8640 par 55, & l'on aura au quotient 157 pouces & $\frac{1}{11}$ que la source a fourni dans chaque seconde de temps qu'il faudra diviser par 10 pouces $\frac{2}{3}$ qui est la quantité des pouces cubique d'eau, qu'un pouce d'eau doit fournir dans une seconde, & l'on trouvera que la source qui coule dans le canal fournit 14 pouces $\frac{2}{3}$ & un peu plus.

Cette mesure n'est pas fort exacte à cause des frotemens de l'eau contre le fond & contre les costez du canal; car j'ay trouvé par experience, que quand mesme le canal seroit fort uny, & que l'eau y auroit autant de largeur que de hauteur, afin qu'elle

eût le moins de frotement qu'il fût possible, il faudroit oster de la quantité trouvée la cinquiéme partie, & dans d'autres cas il en faudroit oster beaucoup plus.





METHODE ABREGE'E POUR faire des Toisez par le moyen des nombres logarithmes.

NOus ſuppoſons icy que l'on ne demande pas une plus grande exactitude ou préciſion que celle qui va juſqu'aux pouces; car auſſi bien dans les toiſez des terres on ſe contente des pouces, n'eſtant pas poſſible de déterminer la longueur & la largeur d'une terre à quelques pouces prés.

Pour operer par cette Methode, on reduit toute la toiſe en pouces, ce qui ſe peut faire ſans mettre la main à la plume. Car la toiſe n'ayant que 6 pieds, ſi l'on a 3 pieds 5 pouces, on connoît d'abord que les 3 pieds valent 36 pouces, qui avec 5 pouces font enſemble 41 pouces. Si l'on avoit 5 pieds 2 pouces, on verroit de meſme que ce ſeroit 62 pouces.

Ensuite on reduit les pouces proposez de la toise en centiémes parties de la toise; c'est à dire qu'il faut trouver quel nombre de parties d'une toise qui seroit divisée en 100, répondroit aux pouces proposez dont la toise en contient 72 Il sera facile de fare cette reduction par la Table suivante.

Par exemple, si l'on veut reduire 37 pouces & $\frac{1}{4}$ en centiémes parties de la toise, on trouvera dans la Table vis-à-vis de 37 pouces 51 parties & $\frac{4}{10}$ qui leur répondent, mais le quart d'un pouce vaut environ $\frac{4}{10}$ de partie, car le pouce en vaut 14; on aura donc 51 parties & $\frac{8}{10}$ pour les 37 pouces & $\frac{1}{4}$.

Semblablement pour 22 pouces & $\frac{2}{3}$ on trouvera pour 22 pouces 30 parties & $\frac{5}{10}$ & les $\frac{2}{3}$ de 14 sont environ 10 qui est une partie; c'est pourquoy on aura 31 parties & $\frac{5}{10}$ ou $\frac{1}{2}$ pour les 22 póuces $\frac{2}{3}$.

Il faut ſeulement faire cette reduction pour les pieds & les pouces qui ſont donnez pardeſſus les toiſes. Par exemple, ſi l'on donnoit une grandeur de 25 toiſes 4 pieds 7 pouces, il ne faut faire la reduction que des 4 pieds 7 pouces, qui ſeront 76 parties plus $\frac{4}{10}$, on aura donc 25 toiſes & 76 parties plus $\frac{4}{10}$: mais pour faire auſſi la reduction des toiſes en centiémes parties, il n'y a qu'à ajoûter deux zero au devant du nombre des toiſes; ainſi 2500 centiémes parties de toiſes valent 25 toiſes, & tout le nombre reduit ſera 2576 parties & $\frac{4}{10}$. La commodité de ces reductions, c'eſt qu'elles ſe font ſans aucun calcul.

TABLE
Pour la reduction des pouces de la toise en centiémes parties de toises.

Pouces.	Centiémes part.	Pouces.	Centiémes part.
1	1 $\frac{4}{10}$	16	22 $\frac{2}{10}$
2	2 $\frac{8}{10}$	17	23 $\frac{6}{10}$
3	4 $\frac{2}{10}$	18	25
4	5 $\frac{6}{10}$	19	26 $\frac{4}{10}$
5	7	20	27 $\frac{8}{10}$
6	8 $\frac{3}{10}$	21	29 $\frac{1}{10}$
7	9 $\frac{7}{10}$	22	30 $\frac{5}{10}$
8	11 $\frac{1}{10}$	23	31 $\frac{9}{10}$
9	12 $\frac{5}{10}$	24	33 $\frac{3}{10}$
10	13 $\frac{9}{10}$	25	34 $\frac{7}{10}$
11	15 $\frac{3}{10}$	26	36 $\frac{1}{10}$
12	16 $\frac{7}{10}$	27	37 $\frac{5}{10}$
13	18	28	38 $\frac{9}{10}$
14	19 $\frac{4}{10}$	29	40 $\frac{2}{10}$
15	20 $\frac{8}{10}$	30	41 $\frac{7}{10}$

31	43	50	69 $\frac{4}{10}$
32	44 $\frac{4}{10}$	51	70 $\frac{8}{10}$
33	45 $\frac{8}{10}$	52	72 $\frac{2}{10}$
34	47 $\frac{2}{10}$	53	73 $\frac{6}{10}$
35	48 $\frac{6}{10}$	54	75
36	50	55	76 $\frac{4}{10}$
37	51 $\frac{4}{10}$	56	77 $\frac{8}{10}$
38	52 $\frac{8}{10}$	57	79 $\frac{2}{10}$
39	54 $\frac{1}{10}$	58	80 $\frac{6}{10}$
40	55 $\frac{5}{10}$	59	81 $\frac{9}{10}$
41	56 $\frac{9}{10}$	60	83 $\frac{3}{10}$
42	58 $\frac{3}{10}$	61	84 $\frac{7}{10}$
43	59 $\frac{7}{10}$	62	86 $\frac{1}{10}$
44	61 $\frac{1}{10}$	63	87 $\frac{5}{10}$
45	62 $\frac{5}{10}$	64	88 $\frac{9}{10}$
46	63 $\frac{9}{10}$	65	90 $\frac{3}{10}$
47	65 $\frac{3}{10}$	66	91 $\frac{7}{10}$
48	66 $\frac{7}{10}$	67	93
49	68	68	94 $\frac{4}{10}$

69	95 $\frac{6}{10}$	71	98 $\frac{6}{10}$
70	97 $\frac{2}{10}$	72	100

Si l'on a deux grandeurs de toises & de pouces reduites par cette methode, on cherchera dans les nombres logarithmiques ceux qui répondent à ces deux nombres réduits; & ayant joint ces deux logarithmes ensemble, on diminuëra la figure caracteristique du logarithme de la somme de quatre unitez, & l'on cherchera ensuite dans les logarithmes quel nombre naturel repond à ce logarithme ainsi reduit, ce nombre naturel sera le nombre des toises de superficie qui viennent de la multiplication des deux grandeurs proposées.

Par exemple, la longueur d'un champ est de 67 toises 2 pieds 5 pouces, & sa largeur est de 29 toises 4 pieds 7 pouces. La reduction de la longueur sera 6740 parties & $\frac{2}{10}$, la lar-

geur sera 2976 & $\frac{4}{10}$. Les logarithmes de ces 2 nombres sont 3. 82866 & 3. 47364, qui estant joints ensem- font 7. 30230, duquel nombre si l'on oste le nombre 4 de la premiere lettre 7 qui est la caracteristique & qui est toujours separée des autres par un point, il restera 3. 30230 qui convient dans les logarithmes au nombre naturel 2006 toises un peu moins.

On fera la mesme operation pour les solides; mais il faudra oster six unitez de la somme caracteristique des logarithmes des trois dimensions du solide.

Par exemple, si l'un des costez du solide est de deux toises 2 pieds 5 pouces, un autre de 5 toises 5 pieds 1 pouce, & le dernier de 7 toises 3 pieds 3 pouces, la reduction de ces trois nombres en parties centesimales sera 240 $\frac{2}{10}$, 584 $\frac{7}{0}$, 754 $\frac{1}{10}$ & leurs logarithmes feront 2. 38057, 2. 76693, 2. 87743, dont la somme est 8. 02493, de la somme des caracteristiques 8,

on en ostera six unitez, il restera 2.02493, lequel nombre estant cherché dans les logarithmes, on trouve le nombre naturel qui luy répond, 106 toises solides à fort peu prés.

Si la somme des caracteristiques étoit de deux chiffres, comme en cet exemple 13. 34795, il faudroit oster du nombre 13 les six unitez, & il resteroit 7. 34795 qu'il faudroit chercher dans les tables des logarithmes pour avoir le nombre des toises solides que l'on demande.



DES BORNES.

ON ne peut pas facilement prescrire des regles pour planter des bornes, puisqu'il est libre d'en mettre autant que l'on veut, & où il plaira dans les separations des Terres ou des Seigneuries, & de les faire de quelle maniere on trouvera le plus à propos. Cependant nous pouvons

dire en general, qu'on doit les mettre autant qu'il est possible dans les angles des Terres; car il seroit inutile d'en mettre plusieurs sur une mesme ligne droite. De plus, elles doivent estre au bord des chemins, pour estre plus remarquables. Celles qui sont faites de grosses pierres, dont la plus grande partie doit estre plantée avant dans terre, seront les plus seures, puisqu'on ne pourra pas les déplacer facilement. Sur la partie qui est hors de terre, on y doit graver des Armes du Seigneur, ou des lettres, avec l'année dans laquelle elles ont été plantées.

Lorsqu'on veut planter des bornes, il faut que ce soit en presence des Juges des lieux, qui doivent faire une descente pour ce sujet aux endroits où on les veut placer; il faut de plus que ce soit en presence des voisins, qui y doivent estre appellez, comme estant parties interessées. On doit aussi confronter tous les Titres tant de part que d'autre, afin qu'il

n'y ait personne de lezé. On fera dresser un Procés verbal de ladite descente, lequel sera joint aux Titres de la Terre, pour y avoir recours en cas de necessité.

On doit faire mention dans le Procés verbal, de la forme des bornes, de leurs inscriptions, des distances où elles sont posées à l'égard d'un grand chemin, ou d'une Croix, ou enfin de quelqu'autre marque considerable qui ne puisse pas changer facilement dans la suite des temps.

Les arbres, les hayes, les poteaux qu'on pourroit planter, & les fossez qu'on feroit pour servir de bornes, sont sujets à trop de changemens pour pouvoir s'y assûrer; ce n'est pas que dans des lieux de peu de consequence on pourroit s'en passer.

De la difference des Mesures des Terres.

POur ce qui est des Mesures, elles sont de diverses grandeurs, & ont differens noms selon les Provinces. Dans les unes on les appelle Arpent, dans d'autres Acre, Journal, Couple de bœuf, Sesterce ou Septier, Saumée, Asnée. De ces Mesures & Sous-mesures il n'y a que la moindre qui soit uniforme par tout, sçavoir le pied de douze pouces, toutes les autres cy-dessus, comme aussi les perches, gaules, verges, cordes ou chaînes, mesmes les toises & les pieds sont differens, encore que la toise soit ordinairement & presque par tout de six pieds, & le pied de douze pouces. Neanmoins dans la Coûtume de Bourgogne la toise est de sept pieds & demy, dans la Coûtume du Perche le pied est de

de treize pouces, & dans la Coûtume de Clermont le pied n'est que d'onze pouces seulement, en quelques lieux en Normandie le pied y est de vingt-quatre pouces. Toutes ces differentes mesures sont receuës dans les mesurages des heritages des particuliers, & non pas dans les affaires du Roy : Car quand aux mesurages des Bois, Forests du Roy, les Mesureurs ne les doivent arpenter pour les ventes à autres mesures qu'à celle du Roy, qui est de vingt-deux pieds pour Perches, & de cent Perches pour Arpent, suivant les articles des Ordonnances de 1575 La mesure du Roy pour ce qui le regarde, doit estre semblable & uniforme par tout, à laquelle toutes les autres mesures se peuvent reduire par les Mesureurs & Arpenteurs s'il survenoit procés & differend.

Par le 23. article, le Roy Henry II. ordonne que les terres, prez, vignes, eaux, bois, & autres choses sujectes à l'Arpentage en la Ville &

Fauxbourgs de Paris, ſe meſureront à l'Arpent, de vingt-deux pieds pour Perche, & cent Perches pour Arpent, le pied contenant douze pouces.



Methode pour toiſer la quantité de Terre qui eſt dans une Butte ou Montagne au deſſus d'un niveau donné, ou de quelque plan incliné au niveau.

ON peut faire cette operation par pluſieurs methodes, qui ſont toutes fondées ſur un plan de niveau qu'il faut d'abord établir. On doit donc planter des piquets au tour de la Butte ou Montagne, ou ſeulement autour d'une partie, s'il n'eſt pas poſſible de faire autrement, leſquels piquets ſeront à raz de terre à la hauteur du niveau donné. Ces piquets doivent eſtre faits de morceaux

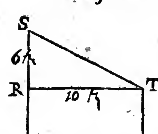
de bois de deux pouces environ de grosseur, on les doit bien enfoncer à coups de mailler, & ensuite les couper à raz de terre à la hauteur du niveau. Il faut les planter à la distance de 10. toises l'un de l'autre, si le terrein n'est pas fort inegal; mais s'il y a beaucoup d'inegalitez, il les faut mettre plus pres à pres; au contraire aux endroits où le terrein est fort uni & de niveau, il seroit inutile d'en mettre plusieurs sur la mesme ligne droite.

L'enceinte de niveau estant faite, il en faut lever le plan exactement tel qu'il est à la hauteur du niveau, ce qui se fera par le moyen des angles qu'on formera autour de l'enceinte. Ensuite on doit tracer une ligne sur le terrein laquelle passe au travers de l'enceinte, en sorte que tous les points de cette ligne soient dans un mesme plan qui sera perpendiculaire au plan de niveau, comme il a esté enseigné au commencement de la maniere de lever les plans. Cette

ligne estant tracée, on en menera d'autres sur le terrein également éloignées de celle cy, pourveu que le terrein ne soit pas fort inegal; car sans cela les lignes ne doivent pas estre également éloignées l'une de l'autre sur le terrein, mais sur le plan de niveau : Mais comme on ne peut pas operer sur le plan de niveau, les distances des lignes qu'on marquera sur le terrein, doivent estre prises plus grandes selon la regle suivante, aux endroits où le terrein est le plus en pente.

REGLE.

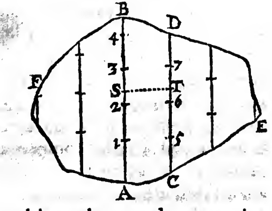
Soit posee, par exemple, la distance entre chaque ligne de 10 toises; comme dans la Figure suivante entre AB & CD; & à l'endroit des points S & T de ces lignes soit le terrein fort en pente, en sorte que aprés qu'il sera nivelé, le point S de la ligne AB se trouve de 6 toises plus élevé que le point T de la ligne CD, la ligne SR estant perpendiculaire à AB. Si l'on



suppose donc que la ligne SR qui passe par le point S soit à plomb & que TR luy soit menée perpendiculaire, & que cette ligne TR soit de 10 toises de longueur, qui est la distance qu'il doit y avoir entre les deux lignes sur le plan de niveau; SR sera donc de 6 toises, & la ligne ST qui est sur le terrein doit avoir plus de 10 toises. Pour trouver la longueur de ST, on prendra le quarre de 10 toises qui est 100 toises; & le quarré de 6 toises qui est 36 toises, dont la somme est 136 toises ou 4896 pieds quarrez, dont la racine 69 pieds & 11 pouces & un peu plus, est la longueur de ST, qui est plus longue que TR, ou que 10 toises de 9 pieds 11 pouces. Il faut prendre la longueur de quelques unes de ces lignes comme ST, pour se conduire à tracer les lignes comme CD.

Premiere Methode.

Toute la surface du terrein estant ainsi divisée par bandes que l'on fera plus étroite, à proportion que le terrein sera plus inegal; Sur chacune des lignes comme AB, CD qui separent les bandes, on marquera avec des petits piquets de points 12345678, &c. autant éloignez les uns des autres que les bandes sont larges, & on nivelera



combien chacun de ces points est plus haut que le plan de niveau proposé. Ensuite ayant fait une somme des hauteurs de tous ces points, on

la divisera par le nombre des points en y ajoûtant autant de points qu'il y a de bandes, & le quotient sera une hauteur moyenne par laquelle on multipliera la surface du terrein à la hauteur du niveau proposé, & l'on aura la quantité de la terre comprise dans la Butte ou Montagne. On exprime ordinairement la quantité d'une terre massive par des toises cubiques.

EXEMPLE.

Supposons que le plan du niveau de la Butte proposée soit ACEDBF de 3000 toises de superficie, & que les lignes comme AB, CD parallèles entr'elles marquées sur le terrein soient éloignées les unes des autres de 10 toises, & que la distance entre les petits piquets 12345, &c. soit aussi de 10 toises. Supposons aussi que la hauteur de tous les petits piquets ou de tous les points du terrein où ils sont plantez au dessus du niveau pris tous ensemble est de 550 pieds, &

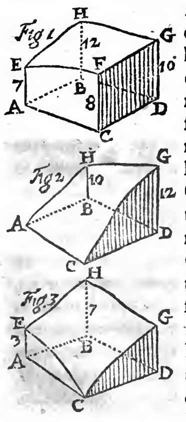
que la somme de tous ces piquets avec le nombre des bandes est de 25. Ayant divisé les 550 pieds de hauteur par 25, le quotient 22 sera la hauteur moyenne par laquelle ayant multiplié la superficie de niveau qui est de 3000, on a 66000 pieds solides d'un pied de haut & de 36 pieds de superficie, desquels 6 font la toise cubique. Divisant donc 66000 par 6, on a au quotient 11000 toises cubiques pour la solidité de la Butte.

Cette Methode est courte, mais elle est sujette à de grandes erreurs; c'est pourquoy si l'on veut operer plus exactement il faut se servir de la Methode suivante.

Seconde Methode.

Dans cette Methode ayant tracé comme cy-devant les lignes AB, CD, &c. & y ayant marqué les points ou piquets 12345, &c. on toisera separement chaque solide de terre compris entre le plan de niveau, & les plans à plomb ou perpendiculaires

au niveau qui paſſent par les lignes menées ſur le terrein comme AB, CD, & par d'autres plans auſſi à plomb ſur le plan de niveau, qui paſſent par les points de diviſion comme 1, 5, 2, 6, 3, 7, &c. Ce qui fera des ſolides tels que repreſentent les Figures ſuivantes, dont les baſes ABCD doivent eſtre des parallelogrāmes ou des figures qui n'en ſoient que fort peu differentes, leſquelles figures ABCD ſont parties du plan de niveau, & EFGH de celuy du terrein; les ſurfaces à plomb ABEH & CDFG, ſont parties de celles qui paſſent par les lignes me-



nées sur le terrein, & les autres ACEF, DBGH sont celles qui les traversent & qui passent par les points 1, 5; 2, 6; 3, 7, &c. Il n'est pas necessaire que les surfaces ACEF, DBGH rencontrent les autres ABEH, CDFG à angles droits, pourveu que les deux lignes AB, CD soient égales entr'elles, & si l'on veut égale chacune à la distance perpendiculaire des lignes menées sur le terrein, pour la plus grande facilité du calcul, car toutes les surfaces ABDC seront les quarrez de la distance qui est entre les lignes menées sur le terrein. La surface de cette base ABCD estant multipliée par la hauteur moyenne entre les quatre hauteurs AE, BH, CF, DG donnera la solidité de la masse de terre AG. Pour trouver la moyenne hauteur entre deux, trois ou quatre hauteurs données, il faut assembler ces hauteurs données & diviser la somme par le nombre des angles de la figure; car il ne s'agit icy que de moyenne hauteur Arithmetique.

Exemple de ce calcul.

Supposons que la distance perpendiculaire entre les lignes AB, CD, ou ce qui est la mesme chose entre les plans ABEH, CDFG soit de 10 toises; & les lignes ou costez du parallelogramme AB, CD aussi de 10 toises de longueur. La superficie de ce parallelogramme sera de 100 toises quarrées. Supposons aussi que dans la premiere Figure, la hauteur perpendiculaire du point E au dessus de A soit de 7 pieds; celle de H au dessus de B soit de 12 pieds; celle de F au dessus de C soit de 8 pieds; & celle de G au dessus de D soit de 10 pieds; la somme de ces quatre hauteurs sera de 37 pieds, laquelle estant divisée par quatre qui est le nombre des hauteurs, le quotient sera 9 pieds $\frac{1}{4}$ qui est la hauteur moyenne arithmetique entre les quatre hauteurs données. Ayant donc multiplié la superficie de 100 toises par 9 pieds

$\frac{1}{4}$, on aura 925 pieds, dont 6 font la toiſe cubique : C'eſt pourquoy il faudra diviſer 925 par 6 ce qui donne au quotient 154 $\frac{1}{6}$, qui font 154 toiſes cubiques & 36 pieds auſſi cubiques, pour la ſolidité de la maſſe de terre AG.

Si les deux points EF n'ont point de hauteur par deſſus le niveau comme dans la deuxiéme Figure, & que BH ſoit de 10 pieds & DG de 12, la ſomme de ces deux hauteurs ſera 22 qu'il faudra toûjours diviſer par 4, à cauſe qu'il y a quatre points, quoy que deux de ces points n'ayent pas de hauteur ; On aura donc pour la hauteur moyenne proportionnelle 5 $\frac{1}{2}$ qu'on doit multiplier par la ſuperficie de la baſe de niveau, laquelle eſtant ſuppoſée comme cy devant de 100 toiſes donnera 550, ce qui eſtant diviſé par 6 on aura 91 toiſes cubiques & $\frac{2}{3}$ ou 144 pieds cubiques.

Enfin ſi le ſeul point F n'a point de hauteur par deſſus le niveau, comme

dans la troiſiéme Figure, on fera une ſomme des trois autres hauteurs, à ſçavoir de AE de 3 pieds, de BH de 7 pieds, & de DG de 6 pieds; cette ſomme ſera 16 pieds, qui eſtant diviſée par 4, donnera 4 pour hauteur moyenne, laquelle doit multiplier la ſuperficie de niveau ABCD, laquelle eſtant auſſi comme cy-devant de 100 toiſes, on aura le produit 400, qui ſont des ſixiémes parties de toiſe cubique; ayant donc diviſé 400 par 6 on aura 66 $\frac{2}{3}$ au quotient qui ſont des toiſes cubiques.

On doit remarquer que ſi la ſuperficie du terrein eſtoit fort inegale, il faudroit la diviſer en parties plus petites que de 100 toiſes de ſuperficie. Il ne ſeroit pas meſme neceſſaire dans cette ſeconde Methode de diviſer la ſuperficie du terrein par des lignes comme AB, CD également éloignées les unes des autres, on pourroit la diviſer en figures telles qu'on jugeroit à propos, pourveu que la ſuperficie du terrein ne fut pas trop irreguliere

dans ce qui seroit renfermé dans chaque Figure. Ainsi lorsqu'il se rencontreroit une grande partie de terrein qui auroit sa superficie égale, quoy qu'elle fût beaucoup plus haute en un endroit qu'en l'autre par dessus le niveau, on la pourroit mesurer tout à la fois.

On doit encore remarquer que si l'on proposoit à faire une explanade, ou une superficie plane & inclinée à l'horizon, au lieu d'un plan de niveau; Il faudroit premierement operer pour les hauteurs par rapport au niveau, comme s'il falloit oster la terre jusqu'au niveau; & l'on rabatroit ensuite du total toute la solidité de la terre, depuis le niveau jusqu'à l'explanade ou superficie plane, laquelle se peut toiser tout d'un coup, à cause que cette superficie est plane aussi bien que celle de niveau.

Methode pour jauger les Tonneaux.

JE considere les Tonneaux qu'on veut jauger comme des Cylindres qui ont le diametre de leur base égal à la moyenne proportionelle arithmetique, entre le diametre du tonneau à l'endroit du fond & celuy du milieu à l'endroit du bondon, & dont la hauteur est égale à la distance qui est entre les fonds.

Ces mesures doivent estre prises en dedans, ce qui est facile à faire pour les diametres tant des fonds qu'à l'endroit du bondon : car si l'on applique deux verges quarrées l'une contre l'autre, en les faisant glisser on les allongera de la grandeur du diametre du fond, lequel est compris entre les peignes ; & pour le diametre à l'endroit du bondon, on enfoncera dans le muid par l'ouverture du

bondon une verge divisée en pouces qui montrera d'abord la grandeur de ce diametre interieur : mais pour la longueur interieure du Tonneau, il faut se servir d'un grand compas à verge qui ait les pointes recourbées & qui soit divisé en pouces suivant sa longueur, en telle sorte que lorsque les pointes du compas touchent les fonds par dehors, la partie du pied mobile du compas qui tient à la verge, y marque la grandeur comprise entre les pointes. Mais il faut oster 15 lignes de cette grandeur pour l'épaisseur des fonds, afin d'avoir la distance interieure entre les fonds. On peut aussi diminuer les 15 lignes pour l'épaisseur des fonds sur la division du costé du pied fixe du compas, afin de n'avoir rien à oster.

La justesse de cette Methode n'est fondée que sur la supposition que le Tonneau est égal au Cylindre qui a sa hauteur égale à la longueur du Tonneau, & sa base égale au cercle dont le diametre est moyen proportionnel arith-

arithmetique entre le diametre à l'endroit des fonds qu'on ſuppoſe égaux & à l'endroit du bondon : Mais ſi le Tonneau étoit composé de 2 ſegmens de cone, dont les baſes jointes enſemble ſeroient le cercle de la coupe du Tonneau à l'endroit du bondon, cette meſure ſe trouveroit un peu trop petite ; & elle ſeroit encore plus petite par rapport à la veritable, ſi l'on ſuppoſe que le Tonneau ſoit fait de deux ſegmens de Spheroïde ou de Conoïde : Mais le peu de difference qu'il y a entre les cercles des fonds & celuy de la coupe du Tonneau à l'endroit du bondon, ce qui eſtant joint à l'inegalité des douves, qui ſe courbent fort ſouvent en dedans, fait que la difference entre la veritable meſure qu'il n'eſt pas poſſible de connoitre éxactement, & celle que l'on donne icy, n'eſt que de trés-peu de conſequence. Enfin il vaut mieux donner les meſures un peu plus petites que plus grandes, à cauſe du déchet qu'on ne ſçauroit éviter.

Si l'on ſuppoſoit que le Tonneau fût compoſé de deux ſegmens de cone dont les baſes fuſſent jointes à l'endroit du bondon, la difference entre la meſure que je propoſe & la veritable qui eſt fort longue à trouver, ne ſe trouveroit que d'une chopine environ ſur un muid; ce qui n'eſt pas conſiderable.

Le Muid doit contenir 288 pintes meſure de Paris, ou 36 ſextiers de 8 pintes chacun. Le Muid contient auſſi 8 pieds cubiques, & par conſequent le pied doit contenir 36 pintes: la pinte ſera donc de 48 pouces.

Si l'on ſuppoſe que la pinte d'eau peſe deux livres du poids de Paris, le pied cubique peſera 72 livres: mais par les experiences qui en ont eſté faites au juſte par Meſſieurs de l'Academie, on a trouvé qu'il ne peſoit que 70 livres, comme on peut voir dans le Livre du mouvement des Eaux de M Mariotte page 213 On ſe ſert ordinairement de 72 livres pour le poids du pied cubique, à

cause des ſubdiviſions qui ſont faciles à faire.

Le pied cubique peſant donc 70 livres du poids de Paris, le Muid peſera 560 livres, & avec la Futaille environ 600 livres.

Premiere Methode pour jauger les Tonneaux.

REGLE.

IL faut prẽdre la meſure du diametre d'un des fonds cõme A B & la joindre à celle du diametre C D pris à l'endroit du bondon, que je ſuppoſe au milieu & dans l'endroit le plus large, & ayant fait un quarré de la moitié de cette ſomme, on le poſera pour le troiſiéme terme d'une regle de trois, dont le premier terme ſera

toujours 14, & le ſecond toujours 11 pour toute ſorte de grandeurs de tonneaux. En ſuite on multipliera le quatriéme terme trouvé par la regle de 3 par la longueur du tonneau EF, & le produit eſtant reduit en pouces cubiques, ſi les meſures dont on s'eſt ſervy n'eſtoient pas des pouces, on aura le nombre des pouces cubiques contenus dans le tonneau, lequel nombre de pouces doit eſtre diviſé par 48 pour avoir le nombre des pintes contenuës dans le tonneau.

Si les meſures qu'on a priſes des diametres A B, C D, & de la longueur EF ſont en demy pouces, au lieu de reduire le dernier produit en pouces il faudra le diviſer par 384 au lieu de 48, & le quotient de la diviſion ſera le nombre des pintes contenuës dans le tonneau. Et ſi les meſures dont on s'eſt ſervy pour les grandeurs A B, C D, EF ſont des quarts de pouce, ou ſi elles ſont reduites en quarts de pouce, on diviſera le dernier produit, ſans en faire de reduction, par

3072, & l'on aura le nombre des pintes contenuës dans le tonneau. Si l'on prenoit des tiers de pouces pour mesure, il faudroit diviser par 1296.

EXEMPLE

de la Regle precedente.

SOit la grandeur du diametre AB du fond du tonneau de 23 pouces, & celle du diamettre CD de la coupe circulaire du tonneau à l'endroit du bondon de 25. pouces, ce qui est la plus grande largeur du tonneau en cét endroit, & la longueur EF de 36 pouces.

La somme des deux diametres est 48. dont la moitié est 24, & son quarré 576; on aura donc pour les trois termes de la regle de trois ou de proportion 14, 11, 576, & l'on trouvera le quatriéme terme de 452. & $\frac{4}{7}$. Ce nombre estant multiplié par 36 qui est la longueur du tonneau, donnera $16292\frac{4}{7}$, qui sont des pouces cubi-

ques, qu'on divisera par 48, à cause que dans la mesure on ne s'est servy que de pouces; le quotient de cette division sera 339 $\frac{1}{2}$ à tres-peu prés, qui est le nombre des pintes contenuës dans le tonneau dont les mesures ont esté proposées. On voit que ce tonneau contient plus d'un muid, & que le surplus est 51 pintes $\frac{1}{2}$.

Autre Exemple.

SOit le diametre du fond AB de 22. pouces, le diametre CD par le bondon de 25 pouces, la longueur EF 32 pouces. La somme des deux diametres est de 47 pouces, & la moitié 23 pouces $\frac{1}{2}$ ou 47 demy pouces, dont le quarré sera 2209, dont on fera le troisiéme terme de la regle de trois, le premier estant 14, & le second 11, on trouvera le quatrieme 1735 $\frac{9}{14}$. Mais à cause qu'on s'est servy de demy pouces dans ce calcul, il faut aussi reduire la longueur en de-

my pouces, & au lieu de 32 pouces on aura 64 demy pouces, qui serviront à multiplier le quatriéme terme qu'on a trouvé $1735\frac{9}{14}$, ce qui donnera le produit $111081\frac{1}{7}$ lequel il faut diviser par 384, à cause qu'on s'est servy de demy pouces, & le quotient sera 289, & un peu plus d'un $\frac{1}{4}$, ce qui est le nombre des pintes contenuës dans le tonneau proposé.

On peut aussi par cette methode trouver la mesme mesure avec beaucoup plus de facilité en se servant des nombres logarithmiques; mais il faut seulement se servir de pouces & ne pas negliger pourtant les fractions du pouce qui se trouvent dans les nombres.

REGLE.

ON fera une somme du double du logarithme, du nombre des pouces qui est le moyen arithmetique entre le diametre du fond & celuy

du bondon, ou bien, ce qui eſt la meſme choſe, du nombre qui eſt la moitié de la ſomme des diametres du fond & du bondon, & de la longueur du tonneau ; de cette ſomme composée de trois logarithmes, on oſtera toûjours le logarithme 1. 78598 dans quelque meſure propoſée que ce ſoit, le reſte ſera le logarithme du nombre des pintes contenuës dans le tonneau.

EXEMPLE.

SOient ſuppoſées les meſmes meſures que dans l'exemple precedent· Le diametre du fond 22 pouces ; le diametre à l'endroit du bondon 25 ; la longueur 32 pouces.

La ſomme des deux diametres eſt 47 dont la moitié eſt 23 pouces $\frac{1}{2}$, le nombre logarithmique qui répond à 23 $\frac{1}{2}$ eſt 1.37107 lequel eſtant doublé fera 2.74214, & y ayant ajoûté le logarithme de 32 qui eſt 1.50515 on aura la ſomme des trois logarith-

mes

mes. 4 24729 dont il faut oster le nombre 1.78598, & il reste 2.46131 qui est le logarithme du nombre 289 & prés de $\frac{4}{10}$ ou $\frac{2}{5}$ qui sont des pintes contenuës dans le tonneau, & ce qui revient à la mesme mesure qu'on a trouvée cy-devant.

Autre Exemple.

SOit au tonneau proposé le diametre du fond de 23 pouces, & celuy du bondon de 25 pouces, & la longueur de 30 pouces $\frac{1}{2}$.

La somme des deux diametres est 48 dont la moitié est 24, & le logarithme de 24 est 1.38021 dont le double est 2.76042, auquel nombre ayant ajoûté le logarithme de 30 $\frac{1}{2}$ qui est 1.48430, on a la somme des trois logarithmes 4.24472; ayant osté de cette somme le nombre 1.78598, il reste 2.45874 qui est le logarithme de 287 & plus de $\frac{1}{2}$, ce

qui donne le nombre des pintes contenuës dans le tonneau proposé.

Autre Exemple.

LE diametre du fond du tonneau proposé soit de 23 pouces, celuy du bondon de 24 pouces, & la longueur du tonneau de 32 pouces.

La somme des deux diametres est 47 dont la moitié est 23 pouces $\frac{1}{2}$ qui a pour son logarithme 1. 37107, le double de ce nombre est 2. 74214, auquel ayant ajoûté le logarithme de 32 qui est 1. 50515 on aura la somme des trois logarithmes 4. 24729, de laquelle enfin ayant osté le nombre 1. 78598 il restera 2. 46131 qui est le logarithme du nombre 289 $\frac{1}{4}$ un peu plus, qui est celuy des pintes contenuës dans le tonneau proposé.

On voit dans les trois Exemples precedens que les trois differentes mesures qu'on y donne pour des tonneaux, sont fort propres pour faire un muid tel que nous l'avons suppo-

ſé ; car il y aura tres-peu de difference entre ce qu'ils contiennent, & les 288 pintes qui doivent eſtre contenuës dans le muid.

SECONDE METHODE pour Iauger les Tonneaux.

ON ſe ſert en quelques endroits d'une maniere de Jauge toute differente de la precedente, laquelle ſe fait ſans aucun calcul. On a une regle diviſée en certaines parties qui marquent les pintes contenuës dans le tonneau. On fait entrer cette regle ou verge diviſée dans le tonneau par le bondon, juſques à ce que ſon extrémité touche l'angle que fait le fond avec les douves, & dans la partie la plus éloignée du bondon, comme on voit la ligne CG dans la figure precedente, qui tient la place de la regle. Alors on regarde la diviſion qui répond au milieu de l'ouverture du bondon au dedans du tonneau, & cette diviſion mon-

tre le nombre des pintes contenuës dans le tonneau.

Cette methode ne peut estre juste que dans une mesme sorte de tonneaux ; c'est à dire, seulement pour ceux qui ont les diametres des fonds & à l'endroit du bondon, avec la longueur, dans les mesmes proportions que celuy qui a servy pour les divisions ; mais les mesures de ces proportions donneroient la capacité du tonneau sans avoir besoin de regle.

Cependant pour satisfaire la curiosité de ceux qui voudront sçavoir jusqu'où peut aller l'exactitude d'une jauge faite par cette methode, voicy deux divisions differentes pour deux especes de tonneaux, où l'on pourra remarquer des differences assez considerables dans des especes de tonneaux qui sont assez semblables, d'où l'on pourra juger de l'exactitude de cette methode pour des tonneaux plus differens que ceux-cy.

Si le tonneau avoit 23 pouces de

diametre par l'un des fonds, 25 pouces par le bondon, & 30 pouces $\frac{1}{2}$ de longueur, la grandeur CG sera de 28 pouces 7 lignes, & ce tonneau contiendra 288 pintes.

Si un autre tonneau a toutes ses parties de la moitié des precedentes, aussi la ligne CG sera la moitié de l'autre, & n'aura que 14 pouces 3 lignes $\frac{1}{2}$, & le tonneau ne contiendra que 36 pintes. Sur ces mesmes proportions voicy une Table de la quantité des pintes qui conviennent aux differentes grandeurs de la ligne CG en diminuant d'un pouce depuis 30 jusqu'à 15.

Grandeurs de la ligne CG.	*Pintes contenuës dans le Tonneau.*	*Differences.*
30 pouces.	333 pintes.	pintes.
29	300 $\frac{3}{4}$	32 $\frac{1}{4}$
28	270 $\frac{3}{4}$	30
27	242 $\frac{3}{4}$	28
26	216 $\frac{3}{4}$	26

Pouces.	Pintes.	Pintes.
25	192 $\frac{3}{4}$	24
24	170 $\frac{1}{2}$	22 $\frac{1}{4}$
23	150	20 $\frac{1}{2}$
22	131 $\frac{1}{4}$	18 $\frac{3}{4}$
21	114 $\frac{1}{4}$	17
20	98 $\frac{3}{4}$	15 $\frac{1}{2}$
19	84 $\frac{1}{2}$	14 $\frac{1}{4}$
18	72	12 $\frac{1}{2}$
17	60 $\frac{1}{2}$	11 $\frac{1}{2}$
16	50 $\frac{1}{2}$	10
15	41 $\frac{3}{4}$	8 $\frac{3}{4}$

Mais ſi l'on ſuppoſe que les tonneaux ſoient ſemblables à celuy qui auroit 22 pouces de diametre par le fond, 25 par le bondon, & ſa longueur de 32 pouces, on trouvera le nombre des pintes pour les differentes grandeurs de CG & diminuant d'un pouce ſelon la Table ſuivante.

Grandeurs de la ligne CG.	*Pintes contenuës dans le Tonneau..*	*Differences.*
30 pouces.	340 pouces.	
		32 p. $\frac{3}{4}$
29	307 $\frac{1}{4}$	
		30 $\frac{3}{4}$
28	276 $\frac{1}{2}$	
		28 $\frac{1}{2}$
27	248	
		26 $\frac{1}{2}$
26	221 $\frac{1}{2}$	
		24 $\frac{3}{4}$
25	196 $\frac{3}{4}$	
		22 $\frac{3}{4}$
24	174	
		20 $\frac{3}{4}$
23	153 $\frac{1}{4}$	
		19 $\frac{1}{4}$
22	134	
		17 $\frac{1}{2}$
21	116 $\frac{1}{2}$	
		15 $\frac{3}{4}$
20	100 $\frac{3}{4}$	
		14 $\frac{1}{4}$
19	86 $\frac{1}{2}$	
		13
18	73 $\frac{1}{2}$	
		11 $\frac{3}{4}$
17	61 $\frac{3}{4}$	
		10 $\frac{1}{4}$
16	51 $\frac{1}{2}$	
		9
15	42 $\frac{1}{2}$	

On peut ſur ces meſures trouvées

diviſer toute la regle ou verge en pintes, en diviſant chaque pouce en autant de parties qu'il y a de pintes dans les differences qui répondent à chaque pouce; mais il ne faudra pas que les diviſions de chaque pouce ſoient égales entr'elles; car celles qui ſont vers les parties les plus hautes doivent eſtre plus petites que celles qui ſont vers les plus baſſes, ce qui eſt facile à voir.

J'ay choiſi ces deux eſpeces de tonneaux dont les derniers ſont plus longs & plus pointus que les premiers, afin de faire mieux voir la difference qu'il y a dans ces ſortes de jauges. Ceux qui ne demanderont pas une grande exactitude, pourront s'en ſervir pour des tonneaux à peu prés ſemblables à ceux-cy.





ORDONNANCES DES ROIS,

Touchant les Arpenteurs & l'Arpentage.

Les Arpenteurs n'eſtoient point mis au nombre des Officiers par le Droit Romain; c'eſtoient des Geometres qui eſtoient choiſis par ceux qui en avoient beſoin, & dont le miniſtere eſtoit libre & honorable : C'eſt pourquoy la recompenſe qui leur eſtoit donnée de leur travail n'eſtoit point appellée loyer comme celle des ouvriers, artiſans & manœuvres, mais honoraire comme celle des Avocats; & neanmoins lorſque leur meſurage ſe trouvoit défectueux ; ils eſtoient tenus des dommages & intereſts des parties qui les avoient employez.

Tototit. ff. ſi mē-ſor falſū modū dixerit.

Nous avons en France quelques veſtiges d'un Grand Arpenteur dés l'année 1115. c'eſt une Commiſſion

donnée à Amedée Guespin Bourgeois de Paris, faisant profession de la Geometrie, dont voicy les termes. *Ipsum commisimus & committimus, ad statuendum, arpentandum, & mensurandum terras, ubicumque fuerint in regno Franciæ nostro, ad gagia, jura & emolumenta ad istud officium pertinentia.*

Saint-Yon, livre 1. tit. 10. Depuis ce temps jusqu'en l'année 1511. il n'est fait aucune mention d'Arpenteurs en titre d'Office. Mais au mois de Novembre de la mesme année, Louis XII. donna des Provisions de Grand Arpenteur des Eaux & Forests de France, Champagne & Brie, & Forest de Biere à Guillaume Carbonnais; qualité qui a esté attribuée à tous ceux qui en ont esté pourvûs jusques en l'année 1554. qu'il a commencé à estre qualifié Grand Arpenteur simplement par l'Edit de creation des autres Arpenteurs.

C'étoit apparemment le Grand Arpenteur qui donnoit des Provisions ou des Commissions aux autres Arpenteurs: Mais au mois de Février de l'année 1554. Henry II. en crea six en titre d'Office en chaque Bailliage ou Senéchaussée, pour exercer

leurs Charges ſous le Grand Arpenteur ; & leur attribua pour tous droits & gages vingt ſols par chaque journée de vacation, quinze deniers pour chaque Rôlle de leurs Procés verbaux & Rapports, & cinq ſols par jour pour les ſalaires & vacations de leurs Aydes.

Au mois de Novembre de la meſme année il crea en chacun des Reſſorts des Villes de Vennes, Nantes, Rennes & Quimpercorentin, & dans les autres Bailliages & Senéchauſſées de Bretagne qui ſont de grande étenduë, quatre Arpenteurs ou Meſureurs, autrement dits Gauleurs, aux gages de vingt livres tournois par chacun an, vingt ſols par journée de vacation, & dix deniers par rôlle de leurs Procés verbaux.

L'Edit de creation des Arpenteurs du mois de Février 1554. leur attribuë le pouvoir privativement à tous autres, de meſurer & arpenter tous bois, buiſſons, foreſts, garennes, terres, eaux, iſles, paſtis, communes, prez, ventes, aſſeoir bornes, faire partages, diviſions & rapports de toutes les choſes ſuſdites, & autres circonſtances & dépendances d'icel-

les, soit qu'elles soient du Domaine & appartiennent au Roy, ou aux Princes, Prelats, gens d'Eglise, Communautez, Seigneurs, & autres Sujets du Royaume. Ce qui a esté confirmé par l'Edit de creation de quatre Arpenteurs en chaque Jurisdiction Royale du Royaume, du mois de Juin 1575. Mais par l'Arrest de verification de cét Edit qui est du quatriéme Juillet de la mesme année, il est expressément porté, qu'il ne prendra arpenteurs qui ne voudra, & que leur salaire sera taxé par les Juges ordinaires des lieux où ils besoigneront. Et par l'Edit de Henry IV. du mois de May 1597. art. 25. il est défendu à toutes personnes de soy immiscer à faire aucuns arpentages, mesurages, assietes & recollemens des Bois & Forests du Roy ou des particuliers, qu'ils n'ayent esté pourveûs par Lettres Patentes de Sa Majesté, & receus aux Sieges des Tables de Marbre.

Par leur Edit de creation de 1554. il est dit qu'ils sont Juges Referendaires, & qu'ils doivent estre crûs de leurs rapports.

Par le mesme Edit il estoit permis

aux Seigneurs hauts Justiciers de créer des Arpenteurs en leurs Terres & hautes Justices; mais cette faculté leur a esté ostée par l'Edit de 1575. & par cét Edit les Arpenteurs ont esté exemptez des logemens de gens de guerre.

L'Ordonnance des Eaux & Forests du mois d'Aoust 1669. contient un Titre particulier des Arpenteurs, qui fixe leur dernier état, & qui doit servir de regle. Il est dit que le Roy commettra un Arpenteur, homme d'experience & de probité connuë en chaque Département, pour estre à la suite du Grand Maistre pendant qu'il fera ses visites, adjudications & reformations, & par ses ordres faire tous les arpentages, mesurages & recollemens ordinaires ou de reformation. L'Arpenteur du Grand Maistre sera tenu de faire par les ordres du Grand Maistre tous les Actes concernant sa profession, & d'en tenir bon & fidele Registre, dont il mettra le double avec autant des plans & figures és mains du Grand Maistre, & au Greffe de la Maistrise, huit jours aprés la consommation de l'ouvrage, & en retirera décharge, à peine

Ordonnance de 1669. tit. des Arpent. art. 1. & 5.

d'interdiction pour la premiere fois, & de privation en cas de recidive.

Ibid. art. 1. Il y doit avoir deux Arpenteurs en chaque Bailliage ou Maistrise.

Ibid. art. 2. Ils ne seront receus que sur information de vie & mœurs, & donneront caution jusques à mil livres pour asseurance des abus & malversations qu'ils pourroient commettre en leur exercice.

Ibid. art 3. Ils feront de toutes les assietes des ventes un plan figuré, sur lequel ils désigneront les pieds corniers avec leurs témoins, les arbres de liziere ou de paroy, leur nombre, qualité, & toutes les marques qui y auront esté faites, la distance de pieds corniers en pieds corniers, l'emprunt tant de la droite ligne que de l'angle, & des circonstances necessaires pour servir à la reconnoissance ou conservation de tous les arbres reservez lors du recollement.

Ibid. art 4. Ils feront tous les arpentages & mesures qui écherront en leur détroit, tant pour les Bois, fonds & Domaines du Roy, que pour ceux tenus en grurie, grairie, tiers & danger, appanage, engagement, usufruit, & par indivis, mesme pour

ceux des Ecclesiastiques, Communautez, & Gens de main-morte, ensemble pour tout ce qui sera ordonné par autorité de Justice, pour quelque cause que ce soit, préferablement à tous autres Arpenteurs, à peine de nullité; la liberté estant laissée aux particuliers de s'en servir en tous actes, mesures & délivrances volontaires, ou d'autres mesureurs à leur choix.

Ils seront tenus de visiter une fois chaque année tous les fossez, bornes & arbres de lizieres separant & fermant les Forests & Bois dans lesquels le Roy a interests, pour connoistre s'il y a quelque chose de remply, changé, coupé, arraché ou transporté; & s'il est besoin, feront les assietes, remises & remplacemens des bornes qui auront esté arrachées & transportées, ou qui manqueront, suivant les ordres des Grands Maistres, & Jugemens des Officiers; & marqueront tous les allignemens des fossez à faire & à relever, dont ils feront procés verbal sur le Registre, signé du Sergent de la garde, & en mettront autant trois jours aprés la visite au Greffe *ibid. art.* 7.

de la Maistrise, à peine d'interdiction pour la premiere fois, & de punition en cas de recidive.

Ibid. art. 8. Si un Arpenteur avoit par connivence, faveur ou corruption celé un transport ou arrachement de bornes, souffert ou fait luy-mesme un changement de pieds corniers, il sera dés la premiere fois privé de sa Commission, condamné en l'amende de cinq cent livres, & banny pour toûjours des Forests du Roy.

Ibid. art. 6. Si les Arpenteurs d'une Maistrise estoient absens ou malades, les Officiers en prendront de la Maistrise voisine, sans qu'ils se puissent servir d'autres Arpenteurs que de ceux qui auront esté pourveus ou commis par le Roy, à peine de nullité.

Quoy que par les anciens Edits le Roy eût creé des Arpenteurs en titre d'Office, & qu'il y eûst des défences à toutes personnes de faire des Arpentages sans Lettres Patentes de Sa Majesté, neanmoins le grand Arpenteur pour augmenter les droits de sa Charge ne refusoit pas des Commissions d'Arpenteurs aux particuliers qui luy en offroient de l'argent; cette contravention donna

na lieu à un Arreſt du Conſeil du 23. Avril 1676. par lequel le Roy fit deffences au nommé Vergnes, ſoy diſant proprietaire de la Charge de Grand Arpenteur au lieu & place du Sieur de la Trouſſe, & à toutes autres perſonnes, de délivrer aucunes Commiſſions pour faire la fonction d'Arpenteurs, Priſeurs & Meſureurs, à peine d'eſtre procedé contr'eux extraordinairement.

Enſuite la Charge de Grand Arpenteur ayant eſté ſupprimée par Arreſt du Conſeil du 21. Septembre 1688. le Roy ordonna par un Arreſt du Conſeil du 2. Juillet 1689. que tous ceux qui faiſoient les fonctions d'Arpenteurs ſur les Commiſſions du Sieur de la Trouſſe ou autrement, ſans avoir pris des Lettres du grand Sceau, ſeroient tenus dans deux mois de prendre des Proviſions de Sa Majeſté, en payant la finance à laquelle ils ſeroient moderément taxez par les Rolles qui en ſeroient arreſtez au Conſeil.

Mais cét Arreſt n'a point eſté executé, car le Roy ayant creé par deux Edits des mois de May & Juillet 1690. des Charges hereditaires de

Jurez Experts dans toutes les Villes du Royaume où il y a Jurisdiction Royale. Il y a eû enfin un dernier Edit au mois de Decembre de la mesme année, qui contient entr'autres trois chefs importans.

Par le premier, tous les Arpenteurs créez par les Edits des mois de Février 1554. & Juin 1575. sont suprimez.

Par le second le Roy crée de nouveaux Arpenteurs, ausquels il attribuë les fonctions des Jurez Experts & Priseurs, & attribuë aussi aux Jurez Experts nouvellement créez les fonctions des Arpenteurs; le tout á l'exception de la Ville de Paris.

Et par le dernier il crée dix Arpenteurs dans la Ville de Paris, dont les fonctions sont entierement separées de celles des Jurez Experts. Voila le dernier estat auquel sont aujourd'huy les Arpenteurs, ausquels on a attribué des Privileges considerables, comme exemption de tutelle, curatelle, collecte, logement de gens de guerre, & des Charges de Ville & de Police.

FIN.

EXTRAIT DES REGISTRES de l'Academie des Sciences.

LE 13. de Novembre 1688. Monſieur de la Hire a preſenté à l'Academie des Sciences un manuſcrit qui a pour titre, *l'Ecole des Arpenteurs*. La Compagnie a jugé qu'il ſeroit fort utile au public.

J. B. DU HAMEL,
Secretaire de l'Academie.

Extrait du Privilege du Roy.

PAr Lettres Patentes de Sa Majeſté données à Verſailles le 19. de Novembre 1688. Signées BOUCOT, il eſt permis au Sieur Thomas Moëtte de faire imprimer un Livre intitulé *l'Ecole des Arpenteurs*, pendant le temps de huit années conſecutives, avec deffences à tous autres de le vendre & le debiter ſans le conſentement dudit Expoſant, ainſi qu'il eſt plus au long porté dans leſdites Lettres.

Regiſtré ſur le Livre de la Communauté des Imprimeurs & Libraires de Paris le 24. Ianvier 1689.
J. B. COIGNARD, Syndic.

Achevé d'Imprimer pour la premiere fois le 31. Ianvier 1689.

